

Monopoleと $SU(2)$ latticeQCDの有限温度相転移

北 原 俊 一

平成7年1月

Monopole と $SU(2)$ lattice QCD の
有限温度相転移

北原俊一

平成 7 年 1 月

博 士 論 文

Monopole と $SU(2)$ lattice QCD の
有限温度相転移

金沢大学大学院 自然科学研究科
物質科学専攻
物質基礎講座

学籍番号	92-2004
氏名	北原俊一
主任指導教官名	鈴木恒雄

目次

1	Introduction	2
2	Abelian projection	6
2.1	連続理論での abelian projection	6
2.2	Lattice 上での abelian projection	9
3	0 温度系での monopole 凝縮	11
4	QCD の有限温度相転移	14
4.1	Maximal extended monopole の期待される役割	15
4.2	有限温度 QCD での monopole 有効作用	15
4.3	Monopole loop の長さ	17
4.4	Monopole current の分布	20
4.5	Monopole の effective size	20
4.6	Monopole loop のエントロピーと有限温度相転移	22
5	Conclusion and remarks	25
6	謝辞	27
A	Abelian field strength の導出	28
B	Dirac 量子条件の導出	30
C	Monopole density の自己相関	32
D	有限温度系の monopole 有効作用	33
E	Monopole loop の一様性についての補足	38

Chapter 1

Introduction

原子核を構成する核子等、また数々の中間子はクォークと呼ばれるさらに基本的な粒子から構成されていることが知られている。クォークはグルオンと呼ばれるゲージ粒子を媒介にして、相互作用をしている。そのクォークとグルオンの世界は Quantum chromodynamics (QCD) と呼ばれる力学で記述されると考えられている。QCD は正しい理論であると信じられているが、未だに十分な説明がつけられていない現象が残っている。その一つがクォークは未だに単体で観測されたことがないという、いわゆるクォーク閉じ込め問題である。QCD においてはクォークは光の三原色にあたる color 電荷をもっているが、そのクォーク閉じ込め問題は、color が無色の状態のものしかこの世の中には出てこないことを意味している。核子等ならば光の三原色にあたるクォーク三体、中間子ならば互いに補色にあたる色を持つクォーク二体（クォーク、反クォーク）からなっている。クォークの閉じ込め問題を考える場合、QCD の長距離の性質を調べる必要がある。しかしながら QCD は長距離での摂動展開がよいものではなく、その方法での計算は信頼できない。

ところが近年の計算機の発達により、QCD を計算機上でシミュレートすることが可能になってきた。もともと QCD は連続な時空上で定義されているが、その時空点を離散化し、自由度を有限にして定義された Lattice QCD を計算機上に表現する。その計算では結合定数を連続的に変えていくことにより、短距離から長距離の性質まで調べることが可能である。最終的には離散化された理論を連続極限に近づけていくことが重要であるが、それにつれて時空点の自由度を増やしていかなくてはならず、計算機の速さや有限の記憶容量からくる限界がある。そのような短所もあるが、多くの意味ある結果が Lattice QCD のモンテカルロ法を用いたシミュレーションから得られている。その結果、温度が 0 の系で

はクォークは常に閉じ込められていることがわかった。ところが、クォークは閉じ込められているという事実は確認できたが、何故そのような閉じ込めが起こるのかは全く解明されていない。そこで、何故そのような現象が起こるのか、またその現象の key quantity はどのようなものかについて注目していく。

クォークの閉じ込めは、真空が完全”反電性”的に振る舞うことにより起こると思われている。それとちょうど電荷と磁荷を入れ換えたような状況が超電導である。超電導では電子対が凝縮を起こし、超電導体は完全反磁性体となっている。そのなかに磁場が入ったとき、磁束は線状に絞られる。もし真空が color 電荷に対し完全”反電性”として振る舞うとき、クォーク-反クォークの間の電場は紐状に絞られる。その紐のエネルギーは長さに比例することから、クォーク-反クォークを無限に引き離すために無限のエネルギーを必要とすることになる。すなわちクォークは単体で観測されないことになる。その描像を QCD から引き出すため、我々は t’Hooft により提唱された QCD の abelian projection に注目する[1]。QCD の abelian projection とは、 $SU(3)$ ゲージ対称性のうちその極大トーラス部分群の対称性を残すよう、 $SU(3)/U(1)^2$ の部分をゲージ固定するものである。Abelian projection した後では $U(1)^2$ の channel にトポロジカルな量として monopole が現れる。よって、abelian projection された QCD は monopole のある abelian の理論であるとみなすことができる。もしこの monopole がボーズ凝縮を起こせば、電荷を持ったクォーク、グルオンは dual な Meissner 効果により閉じ込められる。このような描像では、複雑な非可換ゲージ理論である QCD をより取扱いの簡単な abelian の理論とみなすことができ、また超電導との類推が効くことから直感的にも理解しやすいものとなっている。

ところが $SU(3)$ ゲージ対称性から $U(1)^2$ の選び方は無限に存在する。そのため、上の描像を実現するよいゲージを見つけることがまず重要になってくる。近年の abelian projection された QCD のモンテカルロ法による研究で、数あるゲージの中でいわゆる maximally abelian (MA) gauge [2, 3, 4] と呼ばれるゲージを採った場合、上の描像を実現していると思われる結果が数多く得られている。そのなかで重要であると思われる結果を三点あげてみる。

一つは abelian dominance と呼ばれる現象である。MA gauge を採った場合、閉じ込めに関係する量は abelian のゲージ場だけでほぼ元のゲージ場を使って得る値、またはその振る舞いをほぼ再現してしまう[4, 5]。0 温度系の $SU(2)$ QCD で、閉じ込めにとっては本質的な量であるクォーク-反クォーク間の紐の強さ (string tension) は abelian のゲージ場だけで

ほぼ再現された。また、QCD は温度をあげていくと相転移を起こし、閉じ込め相からクォーク - グルオンプラズマ相に移行することが知られている。その相転移は Polyakov loop、ゲージ場のエネルギー密度等、数々の秩序パラメータで特徴づけられる。その秩序パラメータを abelian ゲージ場だけで書き直してみても、元のゲージ場で書いた量と同様の振る舞いを示すことが発見された。abelian のゲージ場で書いた量は元のゲージ場で書いた量に比べて、相転移点前後でより明確に変化するように見えた。

さらに興味あることに、それらの abelian のゲージ場で計算される string tension と Polyakov loop は monopole と photon の寄与に分離することができる。String tension は Wilson loop から計算されるが、Wilson loop は monopole と photon の寄与の積の形で書くことができ、それぞれの Wilson loop への寄与から string tension を計算するのである。その結果は、string tension は monopole の寄与が支配的で photon の寄与はほとんどないことがわかった。Polyakov loop も同様に monopole と photon の寄与の積で書くことができ、両者の振る舞いを比較する。この場合も秩序パラメータとしての振る舞いは monopole からくることがわかり、photon はほぼ定数としての寄与しかしていないことが明らかになった。

更に第三番目として abelian の有効作用に関する成果がある。一番目の abelian dominance に関する結果は QCD lagrangian から非対角要素のグルオンを積分した後の abelian の有効作用の存在を示唆する。Abelian の有効作用として、abelian link field の loop operator のあるセットを仮定し、その結合定数を求める方法がまず試みられたが、局所的な作用にはならなかった[4]。ところが、lattice 上で dual 変換した後の monopole current で書かれた作用を求めると、それは局所的に求められた。その作用は extended monopole [17] に対しても同様に局所的に求められた。さらにその作用は、ある物理的な長さのみに依存していて、結合定数と monopole の extendedness には依存していなかった。もしこのことが系を連続極限に近づけていったときにも正しいとすると、その作用は連続極限での作用になっていると考えられる。その作用を用いて連続極限での monopole のエネルギー、エントロピーを議論することができ、QCD ($SU(2)$) は lattice size が無限大のとき、すべての結合定数 β で monopole 凝縮相であることが示された。

これらの結果は monopole 凝縮による dual Meissner 効果がクォーク閉じ込め機構の本質であることを強く示唆する。それでは、QCD の有限温度相転移は monopole 凝縮の観点からどのように説明されるであろうか。0 温度系での結果から monopole のエネルギー、エントロピーの議論

で相転移温度が理解されるのではないだろうか。このことがこの論文の主要な論点である。有限温度系の場合でも、monopole は閉じ込めに関して重要な役割を果たしていることは、string tension の monopole の寄与からの再現性、Polyakov loop への monopole の支配的な寄与という結果からほぼ疑いのないことであり、そのことは monopole の dynamics が有限温度の相転移を決めていることを強く示唆する。

Chapter 2

Abelian projection

2.1 連続理論での abelian projection

QCD の abelian projection とは次のような特別なゲージ固定を行うことである。まず $SU(3)$ ゲージ変換

$$A_\mu(x) \rightarrow \tilde{A}_\mu(x) = V(x)A_\mu(x)V^\dagger(x) - \frac{i}{g}\partial_\mu V(x)V^\dagger(x) \quad (2.1)$$

$$\psi(x) \rightarrow \tilde{\psi}(x) = V(x)\psi(x) \quad (2.2)$$

で自明でない変換をする operator $X(x)$ を選ぶ。Abelian projection とはゲージ固定する行列 $V(x)$ を $X(x)$ が対角になるように選ぶことである。

$$X(x) \rightarrow \tilde{X}(x) = \begin{pmatrix} \lambda_1(x) & & 0 \\ & \lambda_2(x) & \\ 0 & & \lambda_3(x) \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

$V(x)$ は左からさらに対角な行列 $d(x)$ を掛けることによって完全に決められる。

$$d(x) = \begin{pmatrix} \exp(i\alpha_1(x)) & & 0 \\ & \exp(i\alpha_2(x)) & \\ 0 & & \exp(i\alpha_3(x)) \end{pmatrix} \\ \in SU(3), \quad \sum_{i=1}^3 \alpha_i(x) = 0. \quad (2.4)$$

ここで $\{d(x)\}$ は $SU(3)$ の極大トーラス部分群である。 $d(x)$ を $V(x)$ に掛けてもゲージ条件 (2.3) は不変であり、 $d(x)$ は ゲージ対称性を部分的

$(SU(3)/(U(1) \times U(1)))$ に固定することにより残った $U(1) \times U(1)$ のゲージ対称性である。

この残ったゲージ対称性を固定せずに、この段階で QCD を見てみる。まず、abelian projection されたあとの場の変数が、勝手な $SU(3)$ 変換 $W(x)$ でどのように変換されるか調べてみる。 $X(x)$ は場の変数の汎関数であり $W(x)$ で変換するため、 $V(x)$ は自明でない変換をする。ここで $V(x)$ の形を、その exponent の対角成分が 0 になるようにとる。

$$V(x) = \exp i \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & 0 & * \\ * & * & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

そうすることは、残った $U(1) \times U(1)$ のゲージ対称性を使えば常に可能である。 $V(x)$ は変換 $W(x)$ の下で

$$V(x) \xrightarrow{W} V^W(x) = d^W(x) V(x) W^\dagger(x). \quad (2.6)$$

のように変換する。この $V^W(x)$ は abelian projection された後の $\tilde{X}(x)$ を対角にする。 $d^W(x)$ は $V^W(x)$ を決められた形 (2.5) にするために必要である。さらに abelian projection された後のゲージ場 $\tilde{A}_\mu(x)$ は、 $W(x)$ の変換で

$$\tilde{A}_\mu(x) \xrightarrow{W} \tilde{A}_\mu^W(x) = d^W(x) \tilde{A}_\mu(x) d^{W\dagger}(x) - \frac{i}{g} \partial_\mu d^W(x) d^{W\dagger}(x) \quad (2.7)$$

のような変換をする。Abelian projection された後のゲージ場 $\tilde{A}_\mu(x)$ は対角行列 $d^W(x)$ でしか変換されないことがわかる。さらに (2.7) の最後の項は対角成分のみで構成されていることから、 $\tilde{A}_\mu(x)$ の対角成分は photon のような変換を受けることがわかる。 $\tilde{A}_\mu(x)$ の非対角成分は matter のような変換を受ける。クォーク場は $W(x)$ の変換で

$$\tilde{\psi}(x) \xrightarrow{W} \tilde{\psi}^W(x) = d^W(x) \tilde{\psi}(x) \quad (2.8)$$

のような変換をうけ、 $\tilde{\psi}(x)$ も対角行列 $d^W(x)$ でしか変換しないことがわかる。ここで重要なことは $\tilde{\psi}_i^\dagger(x) \tilde{\psi}_i(x)$ と $\tilde{\psi}_1(x) \tilde{\psi}_2(x) \tilde{\psi}_3(x)$ の形は電荷が 0 であり、そのことはあらゆる $SU(3)$ 変換 $W(x)$ で不変であることを意味する。つまり、abelian projection した後では abelian charge の閉じ込めを証明すれば color 閉じ込めを証明したことになる。

さらに abelian projection において興味深いこととして、abelian projection した後の abelian の channel に monopole がトポロジカルな量と

ここで $d^2\sigma_i$ は面積要素、 n はある整数である。 n は球面 (2.11) と三次元球 Ω の球面 $\partial\Omega$ の mapping に関するトポロジカルな数である (Appendix B)。この式は Dirac の量子条件を表しており、 g_m は磁荷とみなすことができる。Monopole current (2.13) は ε -tensor のためトポロジカルに保存する。

$$\partial_\mu k^\mu(x) = 0. \quad (2.16)$$

以上のことにより、abelian projection された QCD は monopole をもつ abelian の理論とみなすことができることが明らかになった。'tHooft[1] はここで現れた monopole が凝縮を起こせば、dual な Meissner 効果で abelian の電荷が閉じ込められると考えた。またこのとき、abelian の電荷の閉じ込めは同時に color の閉じ込めを意味する。

2.2 Lattice 上での abelian projection

この章では abelian projection を lattice 上で定義する。簡単のため $SU(2)$ QCD を取り扱う。Lattice 上では連続理論のゲージ場 $A_\mu(x)$ にあたるものはリンク変数 $U(s, \hat{\mu})$ である。ここで s は lattice 上の離散的な点を表す。このリンク変数はゲージ変換 V で

$$\tilde{U}(s, \hat{\mu}) = V(s)U(s, \hat{\mu})V^\dagger(s + \hat{\mu}), \quad (2.17)$$

のように変換される。Lattice 上での abelian projection は連続理論の時と同様、ゲージ変換で、ある自明でない変換をする operator X を選び、それを対角化するように V を決める。このとき V は左から $d \in U(1)$ をかける自由度を残している。ゲージ固定が終わった後、abelian のリンク変数を $SU(2)$ のリンク変数から以下のように取り出すことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{U}(s, \hat{\mu}) &= \begin{pmatrix} \sqrt{1 - |c(s, \mu)|^2} & -c^*(s, \mu) \\ c(s, \mu) & \sqrt{1 - |c(s, \mu)|^2} \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} e^{i\theta_\mu(s)} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta_\mu(s)} \end{pmatrix} \\ &= C(s, \hat{\mu})u(s, \hat{\mu}). \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$(2.19)$$

$u(s, \hat{\mu})$ は対角成分のみから成り立っている。また分解された後のそれぞれの量は残った $U(1)$ 対称性 d でそれぞれ

$$C(s, \hat{\mu}) \xrightarrow{d} d(s)C(s, \hat{\mu})d^\dagger(s) \quad (2.20)$$

$$u(s, \hat{\mu}) \xrightarrow{d} d(s)u(s, \hat{\mu})d^\dagger(s + \hat{\mu}) \quad (2.21)$$

なる変換をする。 $u(s, \hat{\mu})$ は photon のような変換をすることがわかる。
Abelian の field strength は plaquette 変数

$$\theta_{\mu\nu}(s) = \theta_\mu(s) + \theta_\nu(s + \hat{\mu}) - \theta_\mu(s + \hat{\nu}) - \theta_\nu(s) \quad (2.22)$$

で定義される。Monopole current は三次元の cube で定義される [19]。

$$k_\mu(s) = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\nu n_{\rho\sigma}(s + \hat{\mu}), \quad (2.23)$$

ここで ∂_ν は lattice 上の前進微分を表す。 $n_{\mu\nu}(s)$ の定義は以下のようなものである。

$$\theta_{\mu\nu}(s) = \bar{\theta}_{\mu\nu}(s) + 2\pi n_{\mu\nu}(s), \quad -\pi < \bar{\theta}_{\mu\nu}(s) \leq \pi. \quad (2.24)$$

すなわち $n_{\mu\nu}(s)$ はある plaquette を貫く Dirac string の数に対応する。
また monopole current は

$$k_\mu(s) = -\frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial_\nu \bar{\theta}_{\rho\sigma}(s) \quad (2.25)$$

と連続理論の場合 (2.13) と同様の形で書くこともできる。また、この
monopole current はトポロジカルに保存する。

$$\partial'_\mu k_\mu = 0. \quad (2.26)$$

ここで ∂'_μ は後進微分である。この保存則のため monopole current は四次元 lattice 上で閉じた loop を描く。Monopole current (2.23) は最も小さい cube で定義されていたが、QCD の長距離の性質を調べるため、より大きい cube で定義される extended monopole [17] を考えることが重要になってくる [13, 7, 15, 16]。Fig.1 は 2^3 extended monopole を定義するための 2^3 cube を表す。 n^3 extended monopole を採用することは dual lattice 上で block spin 変換を行っていることに対応し [13, 15, 16]、それにより QCD の長距離での性質を調べることができる。 n^3 extended monopole を $N_s^3 \times N_t$ lattice 上で採用したとき、extended monopole が動き得る有効な lattice の体積は

$$\left(\frac{N_s}{n}\right)^3 \times \left(\frac{N_t}{n}\right) \quad (2.27)$$

となり、これを以後 renormarized lattice と呼ぶ。

Chapter 3

0 温度系での monopole 凝縮

QCD の abelian projection では無限の $U(1)(\times U(1))$ の抜き出し方が存在するが、introduction でも述べたようにいわゆる maximally abelian (MA) gauge [2, 3, 4] はたいへん興味深いゲージであることが明らかになってきた。MA gauge では

$$X(s) = \sum_{\mu} \left[U(s, \hat{\mu}) \sigma_3 U^\dagger(s, \hat{\mu}) + U^\dagger(s - \hat{\mu}, \hat{\mu}) \sigma_3 U(s - \hat{\mu}, \hat{\mu}) \right] \quad (3.1)$$

を対角化する operator として採用する。MA gauge に固定された後では、abelian ゲージ場 $u(s, \hat{\mu})$ のみからつくられる abelian の loop operator が、閉じ込めに関する本質的な量または現象を再現しているようにみえる。また、abelian の loop operator は photon と monopole の寄与に分けることができ、monopole の物理量への寄与が計算できるようになってきた。0 温度系での解析が最近 Shiba と Suzuki により行われ、興味深い結果を得た。[13, 6, 7, 8, 14, 15, 16]。

まず第一に $SU(2)$ QCD で monopole current で書かれる $U(1)$ 有効作用を得たのである[13, 7, 14, 15]。Monopole current は各 lattice 上の site で保存則を満たしていることを考慮すると、相互作用を行っている monopole current の分配関数は一般的に次のように書かれるであろう。

$$Z = \left(\prod_{s, \mu} \sum_{k_\mu(s)=-\infty}^{\infty} \right) \left(\prod_s \delta_{\partial'_\mu k_\mu(s), 0} \right) \exp(-S[k]). \quad (3.2)$$

ここで作用は、 f_i をある相互作用 $S_i[k]$ の結合定数とし、 $S[k] = \sum_i f_i S_i[k]$ のように書くのが自然であろう。 f_1 は自己エネルギー項 $\sum_{s, \mu} (k_\mu(s))^2$ の結合定数であり、 f_2 は nearest-neighbor の結合 $\sum_{s, \mu} k_\mu(s) k_\mu(s + \hat{\mu})$ の結合定数、 f_3 はそれと異なる nearest-neighbor の結合 $\sum_{s, \mu \neq \nu} k_\mu(s) k_\nu(s + \hat{\nu})$ の

結合定数とする[13, 15]。Shiba と Suzuki[13, 7, 14, 15] は、Swendsen[20] による系の配置から作用を逆算する方法を、current の保存則 (2.26) が存在するような系に拡張した。その結果、作用が局所的に決まり、その作用が lattice の体積に依らなかったのである。また QCD の長距離の性質を調べるため extended monopole を採用したときも、その有効作用が (scaling region に入っても) 同様に決められたのである。その作用は自己エネルギー項が支配的で、その他の相互作用は monopole current 間の距離が離れるに従って、急速にその結合定数が小さくなっていた。

有効作用を決めることができたため、monopole loop のエネルギー、エントロピーを考えることにより monopole の凝縮が起こっているかどうか議論することができる。もし、monopole のエントロピーがエネルギーを上回っていたら monopole の凝縮が起こっていることになる。Compact QED の場合[21] に monopole loop のエントロピーは四次元 lattice 空間内での non-backtracking random walk で評価され、単位長さあたり $\ln 7$ と見積もられている。一方、monopole loop のエネルギーも次のように評価される。Monopole current は loop 長 L が長いとき平均的に random に分布していると考えられ、離れた 2 つの current の相互作用は打ち消しあうと考えられる。この仮定が良いものであることが、この後の章で有限温度の QCD の場合に確かめられ、作用は自己エネルギー部分だけでよく近似される。さらに、monopole current は磁荷が ± 1 のものが支配的であることを考慮すると、作用は $f_1 L$ と書くことができる。すると f_1 は単位 monopole loop あたりの自己エネルギーとみなすことができ、単位 monopole loop あたりの自由エネルギーは

$$f_1 - \ln 7 \quad (3.3)$$

と近似的に表される。もし $f_1 < \ln 7$ であれば、エントロピーはエネルギーを上回り monopole の凝縮が起こっていることになる。Fig.2では、様々な extended monopole に対して 24^4 lattice での β - f_1 の関係が表されている。ここで水平に引かれている直線は $\ln 7$ を示している。それぞれの extended monopole は $f_1 < \ln 7$ を満たすような固有の β の範囲を持っている。Extendedness が大きくなるにつれてそのような β の範囲はより大きい β を含むようになってくることがわかる。より大きい extended monopole が相転移点を決めるために重要であると考えられる。

結合定数の振る舞いはそれぞれの extended monopole で異なっているように見えるが、 x 軸を $b = n \times a(\beta)$ にしてプロットし直してみる($a(\beta)$ は lattice constant)。すると Fig.3 で表されるように一つの曲線上に乗っているように見える。このことから、monopole の有効作用は monopole の

extendedness や β に依らず b だけに依っていることがわかる。すると、ある n^3 -extended monopole を採ったとき、monopole のエネルギー、エントロピーがバランスする点 β_c^n が存在しているが、これは b の言葉に直せばある一点 b_c が critical な値として存在することを意味する。 $b = n \times a(\beta)$ が b_c より小さい β では、 n^3 monopole はエントロピーがエネルギーを上回り凝縮が起こっていると考えられる。Fig.3 で有効作用の fit に使われた関数形は

$$S[k] = \sum m_0 b k_\mu(s) k_\mu(s) + \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{g(b)} \right)^2 \sum k_\mu(s) \bar{D}(s-s') k_\mu(s') \quad (3.4)$$

であり、 $g(b)$ は $SU(2)$ の running coupling constant を表す。

$$g(b)^{-2} = \frac{11}{24\pi^2} \ln\left(\frac{1}{b^2 \Lambda^2}\right) + \frac{17}{44\pi^2} \ln \ln\left(\frac{1}{b^2 \Lambda^2}\right). \quad (3.5)$$

$\bar{D}(s)$ は改良された lattice Coulomb propagator である。この形は Smit と Sijs [22] によって予言されたものである。Fitting に用いられた parameter は Fig.3 の中に書かれている。

Fig.3 は最大 4^3 -extended monopole までの結果であるが、この monopole 有効作用が連続極限であらゆる大きさの extended monopole に関しても正しい作用になっていると仮定しよう。すると $b_c = na(\beta_c^n)$ が有限の大きさに決まっているということは、size が無限大の lattice では extendedness が無限に大きくなる時、 β_c^n も無限に大きくなることを意味する。これにより $SU(2)$ QCD は常に (すべての β にわたって) monopole が凝縮している相にあると結論する事ができる。そのことはすなわち dual な Meissner 効果による color 閉じ込めの実現を意味する[1]。

ここで extended monopole を考えることは dual lattice 上で block spin 変換を行っているとみなせることに注意する。すると、あらゆる大きさの extended monopole に関して作用が全く同じで、それらは b のみで決まっているということは、その作用は連続極限に向かう renormalized trajectory の上に乗っていると考えられる。連続極限での作用は Smit と Sijs[22] のよって予言された式 (3.4) の形になっていると考えられる。

さらに Shiba と Suzuki[6, 7, 8] は、monopole の寄与だけから、元の $SU(2)$ ゲージ場から得られる string tension の値を再現した。これらの事実は QCD で monopole 凝縮が起こり dual な Meissner 効果でクォークとグルオンが閉じ込められていることを強く示唆する。

Chapter 4

QCD の有限温度相転移

この章では QCD の有限温度相転移における monopole の役割について調べてみる。すでに有限温度の QCD でも monopole の重要性を示唆する結果が得られてきている。Ejiri らによって[9, 10] $SU(2)$ 有限温度 QCD で MA gauge をとった場合の、string tension への monopole の寄与が調べられた。閉じ込め相においては monopole から得られた string tension は、abelian Wilson loop から得られた値とほぼ一致していて、非閉じ込め相にはいると急激に 0 に近づくことがわかった(Fig.4)。Photon の部分から得られる string tension の値は無視できるほど小さいものであった。

Abelian Polyakov loop は MA gauge をとった場合良い秩序パラメータになっているが[5]、この operator も monopole (Dirac string) と photon の寄与の積に書けることが明らかになった。その 2 つの因子を別々に評価することにより、Polyakov loop の秩序パラメータとしての性質は Dirac string の寄与からくることがわかった [11, 12]。Fig.5 には $SU(2)$ MA gauge の場合の結果が示されている。Abelian Polyakov loop は閉じ込め相で 0 であるが $\beta > 2.298(= \beta_c)$ の非閉じ込め相では有限の値をとるようになってくる。Dirac string からの寄与はそれと全く同じ振る舞いをするが、相転移前後での変化がより大きい。Photon からくる寄与は両相を通じて有限な値であり、変化は小さい。とりわけ、閉じ込め相で Polyakov loop の値が 0 になることが monopole の寄与によるという事実は興味深い。この monopole が Polyakov loop の重要な性質を担っているという事実は $U(1), SU(3)$ ゲージ理論でも見られた。さらに興味深いことに、この monopole の重要性は MA gauge 以外の unitary gauge でも見えるのである。このことは abelian monopole 凝縮によるクォークの閉じ込め描像がゲージの採り方に依らないことを示唆する初めての結果である。

4.1 Maximal extended monopole の期待される役割

0 温度 QCD の場合、それぞれの extended monopole はエントロピーがエネルギーを上回ることによって monopole 凝縮が起こる固有の β の領域をもっていた。そのとき extendedness が大きくなるにつれて、より大きい β の領域が monopole 凝縮相に入る傾向がみられた。無限大体積の極限でこの状況が変わらなければ、0 温度の QCD はすべての β にわたって monopole 凝縮相であり、すなわち color 閉じ込め相であることが証明される[1]。

それでは有限温度 QCD では何が起きているであろうか。String tension と Polyakov loop は本質的に monopole の寄与に依っているという事実から、有限温度相転移も monopole の言葉で理解されることが期待される。また 0 温度系の場合からの類推で、monopole のエネルギー、エントロピーの大小関係が、有限温度相転移の相転移点を決める機構になっていると想像される。ところが 0 温度系と有限温度系では大きな違いがある。それは、有限温度系では時間方向の自由度が有限に保たれるという点である。Monopole は current に垂直な 3 方向からつくられる cube で定義されることから、空間方向に走る monopole (dynamical monopole と呼ぶ) の extendedness は有限に制限されることを意味する。物理的な string tension に効く monopole current は Wilson loop に垂直な方向に走る monopole である。Wilson loop は時間軸を含む平面上で定義されているため、dynamical な monopole は閉じ込め機構に主要な働きをする。そこで、有限温度 lattice QCD では、extended dynamical monopole に maximum size が存在して、そのことが非閉じ込め相転移が有限な β_c (すなわち有限な温度 T_c) で起こることの理由になるのではないか、ということが予想される。

以下の章で monopole の maximum size とは何かを調べ、有限温度相転移の相転移点が maximum size の extended monopole のエネルギー、エントロピーのバランスで説明されるかどうか調べていく。

4.2 有限温度 QCD での monopole 有効作用

有限温度系での monopole の有効作用は 0 温度の QCD の場合と同様、monopole current の配置から求めることができる。Monopole current が相互作用をしている系の分配関数を (3.2) 式で表す。有限温度系は 0 温

度系の場合と異なり、時間方向と空間方向を分けて扱わなくてはならない。時間方向の site 数が 4,6,8 等と小さいので、最近接からもう一つはなれた current 間の相互作用までを考慮した。また、0 温度系と同様 2 次までの結合とした。Current の保存則が各 site で成立していることから、5 つの相互作用の型を考えればこの場合は十分であることがわかる¹。

Fig.6 は $16^3 \times 4$ lattice 上で 1^3 monopole 有効作用を計算したものである。Critical な結合定数は 2.298 であり、閉じ込め、非閉じ込め両相で作用を求めている。この作用は 50 個(または 100 個)の配置数から得られている²。ここで f_1 は自己エネルギー項 $\sum_{s,\mu} (k_\mu(s))^2$ の結合定数であり、 f_2 は $\sum_{s,\mu} k_\mu(s)k_\mu(s+\hat{\mu})$ の項の結合定数、 f_3 は $\sum_{s,\mu \neq \nu} k_\mu(s)k_\nu(s+\hat{\nu})$ のそれである。その他のより離れた current どうしの相互作用の結合定数は、より小さいものであった。両相で f_1 が支配的であることが見て取れる。また、非閉じ込め相で空間方向の current 間の結合定数と、時間方向の current 間の結合定数の違いが大きくなっているが、閉じ込め相ではその差は無視できる。

次に作用の lattice size 依存性を調べてみる。まず、時間方向の site 数を $N_t=8$ にとり、空間 size を $N_s=8,12,16,24$ と変えて、作用を $\beta=2.40$ で求める。なお、このとき系は常に閉じ込め相である。Fig.7 より、作用は lattice の空間 size 依存性はないようである。今度は空間 size を固定しておき、時間 size を変えて作用を求めている。Fig.8 は空間 size を $N_s=12$ にとり、時間 size を $N_t=4,8,12$ と変えて作用を計算したものである。結合定数の値は $\beta=2.2$ で固定しておいた。このとき、考慮した N_t のどの場合においても系は閉じ込め相である。Fig.8 から、閉じ込め相にある限りは monopole の作用は時間 size にも依らないようである。このことをさらに明確にするために、結合定数を $\beta=2.46$ ととして同様の計算を行った。時間 size は $N_t=4,6,8,12$ をとったが、 $N_t=4,6$ のとき系は非閉じ込め相にあり、 $N_t=8,10$ では系は閉じ込め相にある。Fig.9 にその結果がプロットされている。これにより、系が非閉じ込め相にあるとき作用は時間 size 依存性があり、系が閉じ込め相にあるとき作用は時間 size 依存性がないことがわかる。系が閉じ込め相にあるとき、様々な lattice size、また様々な monopole の size で作用を求めたものが Fig.10 である。この作用は [7, 13, 15, 16] と滑らかにつながり、0 温度系の作用とまったく同じものである。

¹保存則を用いることにより、0 温度系では平行な current どうしの相互作用で書くことができるが、有限温度系の場合は垂直な current どうしの結合があり、正確には 6 つの型がある(Appendix D)。だがその結合は非常に小さく、以下無視していく。

²各配置間の自己相関については Appendix C。

Monopole の有効作用が得られたので、monopole のエネルギーを評価することが可能になってくる。Monopole loop は完全に random に分布しているため、自己エネルギーを除いた相互作用部分は打ち消し合いによってほとんど影響を及ぼさないと言われている。そのことを実際に確かめてみる。Fig.11 で monopole 有効作用の値と、その有効作用を自己エネルギー項だけで近似したときの値、さらに $f_1 \times L$ の値を比べている。ここで L は monopole の loop の長さを表す。Monopole loop の長さの定義の詳細は次の章で述べる。Fig.11 から、相互作用項は打ち消し合っており、作用は自己エネルギー項でよく近似されることがわかる。さらに自己エネルギー項は $f_1 \times L$ でよく近似される。そのことは、monopole current は単位磁荷を持つものが支配的であることからくるのであろう。

次に、monopole loop のエントロピーに注目してみる。

4.3 Monopole loop の長さ

Monopole loop の振る舞いが non-backtracking random walk で現れたとすると、4次元の十分大きい lattice の上では場合の数は 7^L となるであろう。すると 0 温度の QCD では、monopole loop の単位長さあたりのエントロピーは $\ln 7$ となる。ところが、有限温度系の QCD ではエントロピーは時間方向の有限性が効き、 $\ln 7$ より小さくなることが想像される。そのエントロピーを評価するため monopole loop の有限温度系における振る舞いを注意深く調べてみる。

まず、monopole loop の長さを測定してみた。Bode et al.[23] は monopole loop の長さを $U(1)$ lattice gauge theory で調べている。彼らの結果によると、閉じ込め相においては 1 本の長い loop がほとんど lattice 全体を覆っていて、Coulomb 相ではその長い loop がいくつかの部分に切れて分かれてくる、ということである。我々も monopole loop の長さの定義を Bode et al.[23] に従い、 $SU(2)$ QCD で loop 長を計算してみる。ここで Bode et al. の定義とは、もし 2 つの loop が交点を 1 つもってつながっているとき、それは 1 つの crossing を持つ 1 本の loop とみなすというものである。その結果、閉じ込め相においては大変長い monopole loop がそれぞれの配置に 1 本だけ存在し、あとの loop はすべて短いというものであった。長い loop と、短い loop の分離は Table 4.1 のように大変明確である。Table 4.1 は 10 個の配置から得られたデータで、lattice size は $16^3 \times 4$ 、 $\beta = 2.20$ である。ここで、長い loop の数は配置数と一致していることに注意したい。この時間 size では $\beta_c = 2.298$ であり、 β が β_c

(a)							
L	number	L	number	L	number	L	number
4	708	24	4	46	1	5010	1
6	238	26	1	52	1	5012	1
8	89	28	1	100	1	5092	1
10	50	30	3	4612	1		
12	33	32	4	4798	1		
14	24	34	3	4822	1		
16	15	36	1	4854	1		
18	8	40	2	4876	1		
20	9	42	1	4880	1		
22	6	44	1	4940	1		

(b)							
L	number	L	number	L	number	L	number
2	19	10	1	1292	1	1336	1
4	14	1272	2	1302	1	1340	2
6	2	1288	1	1318	1	1348	1

Table 4.1: 10 個の configuration について、ある長さ L を持つ monopole loop の出現回数を計算したもの。Lattice size は $16^3 \times 4$ で、結合定数の値は $\beta = 2.20$ 。(a)は 1^3 monopole の場合、(b)は 2^3 monopole の場合である。

より小さい場合は、それぞれの β で特徴的な長さをもつ長い monopole loop が 1 本存在し、 β が β_c に近づくと loop の長さが短くなったり、いくつかの部分に分かれたりすることがわかった。非閉じ込め相に入り、さらに β が十分大きくなったとき、長い loop は存在しなくなり、すべての loop が短いものになった。それらの結果は、 $U(1)$ の場合 [23] と同様である。

Table 4.2 は loop 長、crossing の数、multicharged current 数の全 current 数に対する割合の β 依存性を調べたものである。 $24^3 \times 8$ lattice 上で、monopole の size も変えて計算を行った。 β_c は 2.51 である。Crossing の数は 2^3 monopole の場合少ないが、 4^3 monopole の場合はあまり少ないはない。単位磁荷をもつ monopole current は双方の extended monopole で支配的であり、そのことは monopole の有効作用で f_1 が支配的であるこ

(a)								
β	2.35	2.45	2.48	2.51	2.53	2.57	2.63	2.70
$\langle L \rangle$	4980	2205	1710	838	479	148	69	35
$\langle \text{crossing} \rangle$	1120	316	219	94	50	13	5	2
charge 1	97.62	98.67	98.88	99.04	99.07	99.52	99.29	99.27
charge 2	2.36	1.32	1.12	0.96	0.93	0.48	0.70	0.73
charge 3	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
charge 4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
(b)								
β	2.35	2.45	2.48	2.51	2.53	2.57	2.63	2.70
$\langle L \rangle$	1140	700	605	450	357	169	54	21
$\langle \text{crossing} \rangle$	714	320	246	157	110	45	12	3
charge 1	81.07	90.98	92.10	93.85	94.92	95.92	96.44	98.54
charge 2	16.98	8.43	7.69	5.91	5.02	4.02	3.36	1.45
charge 3	1.87	0.57	0.20	0.23	0.06	0.06	0.19	0.00
charge 4	0.09	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00

Table 4.2: 最長の loop の長さ、crossing の数、multicharged current 数の全 current 数に対する割合(%)を $24^3 \times 8$ lattice で計算した。(a) は 2^3 -extended monopole の場合、(b) は 4^3 -extended monopole の場合である。ここに書かれている数は 30 個の配置から得た数の平均値である。

と合っている。 4^3 monopole の場合、 $\langle L \rangle$ は $\beta < \beta_c$ のとき renormalized lattice の site 数を越えているが、 β_c 付近ではほぼ site 数に近い。 2^3 monopole の場合、 $\langle L \rangle$ は site 数より小さい。

最近、Ejiri et al.[9, 10] が長い monopole loop と短い monopole loop の string tension に対する寄与を別々に評価した。彼らは、string tension が長い monopole loop のみから再現されることをつきとめた。長い monopole loop は dual link 全体のわずかに約 10 %しか占めていないにもかかわらず、string tension を再現するのである。また、他の短い loop は string tension に何も影響を及ぼさないのである。このことから、長い monopole loop は閉じ込め機構に本質的に関わっていることが示唆される。

4.4 Monopole current の分布

この章では長い monopole loop に注目し、その lattice 空間内の分布を調べる。長い monopole loop といっても全 dual link の約 10 % しか占めていない。Ref.[23] によると、compact QED の場合には長い loop は lattice 空間全体に広がっているということであるが、 $SU(2)$ QCD のときはどうか。

ここで、長い monopole loop に所属する各 monopole current の、loop の重心からの 2 乗平均距離

$$R^2 = \frac{1}{L} \sum_i (\vec{r}_i - \vec{R}_G)^2, \quad (4.1)$$

を調べてみた。ここで、 L は monopole loop の長さであり、 \vec{r}_i はある monopole current の位置、 \vec{R}_G は重心を表す。もし、monopole current が $N_s^3 \times N_t$ lattice 上に一様に存在するとすると、 R^2 は

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_s^3 N_t} \int_{-N_s/2}^{N_s/2} dx \int_{-N_s/2}^{N_s/2} dy \int_{-N_s/2}^{N_s/2} dz \int_{-N_t/2}^{N_t/2} dt (x^2 + y^2 + z^2 + t^2) \\ = \frac{N_s^2}{4} + \frac{N_t^2}{12} \end{aligned} \quad (4.2)$$

のように評価される。 n^3 monopole を考えるときは、 R^2 は

$$\frac{(N_s/n)^2}{4} + \frac{(N_t/n)^2}{12} \quad (4.3)$$

となる。 R^2 の計算結果は Fig.12 にプロットされている。 $N_t = 6$ のとき β_c は 2.426、また $N_t = 8$ の場合には β_c は 2.51 である。閉じ込め相では、データは (4.3) 式とほとんど一致している。例えば $24^3 \times 6$ の lattice をとったとき、 1^3 monopole を採用すると R^2 は 147 と期待され、それはデータと良く合っている。これより、monopole loop は閉じ込め相でほとんど一様に分布していることがわかる。非閉じ込め相に入ると R^2 がすばやく減少し始め、monopole loop が一様に分布していないことを示している(このことは Appendix E の結果からも示唆される)。また、extended monopole を採用したときの方が 1^3 monopole の場合に比べ $\beta \leq \beta_c$ の範囲で一様性が良いように見える。

4.5 Monopole の effective size

β が β_c より小さいとき、もし monopole loop の crossing が無視できれば、 n^3 monopole loop はほとんど一様に dual lattice 空間内に広がっ

ている。ほとんどの monopole current は磁荷が ± 1 であり、loop の長さはすべての link 数 $4 \times N_s^3 \times N_t$ に比べ短く制限されていることを考慮すると、何らかの反発力が monopole current 間に働いていることが考えられる。その反発力が何かを調べるため、以下のような monopole の effective size を定義する。

$$l^3(n) = \frac{(N_s/n)^3 \times (N_t/n)}{\langle L(n) \rangle}, \quad (4.4)$$

ここで分子は n^3 monopole の renormalized lattice の体積であり、分母は renormalized lattice の単位長さで測った monopole loop の長さである。 β が β_c より大きいとき、前章で調べた通り monopole current の分布は一樣ではない。この場合は、空間方向には $2R$ 、時間方向には N_t の範囲で current が一樣に分布していると仮定した。これは β_c の近くで $2R$ がまだ N_t より大きいため、最も長い monopole loop に占められている effective な renormalized lattice の体積は $(2R/n)^3 \times (N_t/n)$ と評価できると思われるからである。 $l(n)$ は n^3 monopole の世界線に影響を受ける範囲をあらわすものと思われる。すなわち、もしある current のまわりに、ある $l(n)$ の effective な範囲というものが存在していれば、その最近接の current は少なくとも $l(n)$ 離れていなくてはならないことを意味する。ある effective な範囲 $l(n)$ をもつ n^3 extended monopole current は、renormalized lattice 上で、ある排除体積 $l(n)^4$ を持つと考えられる。

その排除体積を考慮すると、 n^3 monopole がある effective な範囲 $l(n)$ をもつとき、monopole のエントロピーは renormalized lattice の上ではなく、以下のような reduced lattice 上で考えるべきであろう。

$$\frac{(N_s/n)^3 \times (N_t/n)}{N(l)^4} \quad (\text{for } \beta \leq \beta_c), \quad (4.5)$$

ここで、 $N(l)$ は $l(n)$ に依存したある整数である。 $N(l)$ は $N(l) = [l(n)] + 1$ と取るのが自然であろう(ここで $[l(n)]$ は $l(n)$ を越えない整数である)。Monopole は reduced lattice 上のみを走っているかのようにみえるのである。

$l(n)$ は Figs.13-15 に示されている。 $16^3 \times 4$ lattice で 1^3 monopole をとったときの結果が Fig.13 であるが、 $l(n)$ は β が β_c より小さいとき 2 より小さく、 β_c でほぼ 2 に達する。また、 $24^3 \times 6$ lattice (Fig.14) で 1^3 monopole を採ったとき、 $l(n=1)$ は β を β_c に向かって下から近づけると下から 3 に近づく。そのとき 3^3 monopole を採った場合、 $l(n=3)$ は下から 1 に近づいている。Fig.15をみると、同じような状況が $24^3 \times 8$

lattice のときにも起こっている。すなわち、 $l(n)$ は $\beta \leq \beta_c$ のとき常に $l(n) \leq N_t/(2n)$ となっているのである。このことは、reduced lattice として、 $\beta \leq \beta_c$ のとき時間方向は常に $2 = (N_t/n)/(N_t/(2n))$ を考えるべきことを示唆している。そのことは、 n^3 extended monopole のエントロピーは、 $\beta \leq \beta_c$ のとき、どんな n についても時間方向が 2 の reduced lattice で考えるべきだということを導く。このことは、もし original な lattice が等しければ、どんな extendedness n に対しても n^3 monopole のエントロピーが等しいということを意味する。

4.6 Monopole loop のエントロピーと有限温度相転移

前の章では、original の lattice size が等しければあらゆる n に対し、 n^3 monopole のエントロピーが等しいことが明らかになった。ところが、同じ β ではそれぞれの extended monopole で有効作用が異なっている。ところがエントロピーは等しいため、Fig.10より相転移点を決めるのにはより大きい extended monopole が重要であると考えられる。

ここで、extended monopole の maximum size とは何かを考えてみる。閉じ込めの現象には重要である dynamical monopole current を定義するためには、少なくとも時間方向に 2 つの自由度が必要である。このことは、dynamical な extended monopole の maximum size (n_{max}) は $N_t/2$ であることを意味する。Fig.14,15 から、 $\beta \leq \beta_c$ のときには maximally extended monopole は常に $l(n_{max}) \leq 1$ であることがわかる。Reduced lattice は $\beta \leq \beta_c$ の範囲では、maximally extended monopole の renormalized lattice に等しい。

このとき、長い monopole loop の、 $N_t = 2$ の reduced lattice 上でのエントロピーはどうなるであろうか。これまでに見たように、長い monopole loop は簡単な non-backtracking random walk より、むしろある強い反発力が働くという条件を持つ random walk のように振る舞うと考えられる。しかしながら、そのような条件を正しく知ることは簡単ではない。さらに extendedness が大きくなると crossing の数は増えるのである。よって、 $T = 0$ $SU(2)$ QCD と異なり、有限温度系の場合には monopole のエントロピーを評価することはたいへん難しいものになる。

そこでエントロピーを評価するために、モンテカルロ実験で histogram を用いた方法を使うことにする。数多くの配置をモンテカルロ法で発生させ monopole loop の長さに対する histogram を得ることは簡単なことで

ある。 $12^3 \times 4$ lattice 上で 2^3 extended monopole loop の長さを測定した。その monopole size は $12^3 \times 4$ lattice 上の maximally extended monopole である。Fig.16 の histogram は 3000 個の配置数から得られたものである。 β_c は 2.298 である。縦軸はある長さの monopole loop が現れた頻度を表していて、長い monopole の分布は Gaussian のようである。

ある与えられた 1 点を通る L -step の random walk の場合の数は、random walk の条件によらず漸近的に μ^L となることが知られている[24]。それゆえ、monopole loop の分布は次のような形で fit されると思われる。

$$-aL^2 + bL + c, \quad b = \ln \mu - f_1, \quad (4.6)$$

ここで f_1 は monopole 有効作用の自己エネルギー項からくるものであり、 c はある定数である。第一項 ($-aL^2$) は monopole 有効作用の他のすべての相互作用項からくるものであり、それは Fig.11 からわかるように非常に小さいものである。だが、その項の存在は monopole 凝縮相で monopole loop が無限に長くなるのを抑えるために重要である。第二項の線形の項はエントロピー $\ln \mu$ を決める項であろう。

β	a	b
2.10	1.80×10^{-4}	2.93×10^{-1}
2.20	1.41×10^{-4}	1.76×10^{-1}
2.30	6.65×10^{-5}	4.93×10^{-2}
2.35	5.70×10^{-5}	2.31×10^{-2}

Table 4.3: histogram の最小二乗法による fitting。 β は 2.10, 2.20, 2.30 と 2.35 である。

$\beta = 2.1 \sim 2.35$ の範囲では histogram に Gaussian 分布の形が見られるため、Table 4.3 にその範囲の Gaussian fit (4.6) の結果を示している。Table 4.3 で線形の項は $\beta_c = 2.298$ でかなり小さくなっており、 $\beta = 2.35$ の付近でほとんど消えているようである。もし、maximally extended monopole のエネルギー、エントロピーのバランスが有限温度相転移の原因であるとする、予言される critical な結合定数は $\beta_c \sim 2.35$ であり、現在知られている値 $\beta_c = 2.298$ に近い。 β_c 付近での有限 size 効果を考えると、その結果は考え方の簡単さを考慮するとむしろ良くあっていると思われる。

この fitting から、monopole loop の単位長さあたりのエントロピーは $f_1(\beta)$ ($f_1(2.35) \sim 1.3, f_1(2.298) \sim 1.16$) より、おおよそ $1.16 \leq \ln \mu \leq 1.3$ と評価される。

Fig.17 に maximally extended monopole の f_1 の値をプロットし、上で評価されたエントロピーと比較した。縦の点線はそれぞれ $N_t = 4, 6, 8$ での Polyakov loop から決められた相転移点である。これによると、あらゆる lattice で相転移点が monopole loop のエネルギー、エントロピーのバランスでおおよそ説明され得ることがわかる。ところが、まだ lattice の有限 size 効果、 N_t を変えたときの histogram 等、これから確かめてみるべきことは多くある。けれども $SU(2)$ QCD の有限温度相転移がこのような monopole loop のエネルギー、エントロピーのバランスという簡単な考え方で、ほとんど説明がつくということは大変興味深いことであると思われる。

Chapter 5

Conclusion and remarks

1. 有限温度の QCD の閉じ込め相では 1 本の長い monopole loop がそれぞれの配置に存在していて、それ以外の loop はすべて短いものであった。長い loop は dual lattice 空間内にほとんど一様に分布していた。Table 4.1 により、 2^3 monopole の場合、短い loop の数は 1^3 monopole のときに比べ非常に少なくなっていることがわかる。連続極限を調べるときには、時間方向の自由度を大きくとる必要があるが、そのとき大きい extended monopole が重要で、短い loop は消えているであろう。このことは、string tension が長い monopole loop だけから再現されることと合っている[9, 10]。
2. ほとんどすべての monopole current は磁荷が ± 1 であり、また loop の長さがすべての link 数に比べ制限されていることがわかった。このことは、monopole current 間に何らかの反発力が存在し、monopole は排除体積をもつように見える。この排除体積を loop 長のデータから評価することにより、extended monopole のエントロピーは original の lattice が同じならば、extendedness に依らず同じであることがわかった。
3. 有限温度の QCD では、maximally extended $((N_t/2)^3)$ monopole が存在し、そのことは 0 温度 QCD と大きく異なる。0 温度系の場合にはより大きい extended monopole が重要であった。有限温度系では maximally extended monopole の存在が、必然的に critical な結合定数を有限にすることになった。Maximally extended monopole のエネルギー、エントロピーのバランスで、様々な lattice の有限温度相転移にほぼ説明がついた。しかしながら、この相転移のメカニズムが正しいかどうかはより徹底した研究を行なわなければなら

ない。とりわけ、相転移点近傍の lattice の有限 size 効果をより詳しく調べる必要がある。

Chapter 6

謝辞

Monopole 有効作用に関わるノート、プログラム等を快く見せて下さり、数多くの相談にもものって下さった柴博志君に深く感謝致します。彼の結果なしにはこの仕事はありませんでした。江尻信司君には計算機を使用する上で多くのことを教えていただき、また、松原克己教授には基本的なアイデアから計算結果の分析等、常に面倒をみていただきありがとうございました。入学当初から現在に至るまで、指導教官である鈴木恒雄教授には常に御指導いただき、このような論文を書くことができました。大変感謝申し上げます。また、Network 関係等では青木健一助教授に、多くの相談にのって下さった末松大二郎講師、寺尾治彦助手に感謝致します。

Appendix A

Abelian field strength の導出

Abelian field はゲージ変換される前の量で書き表すと(2.10)、

$$\tilde{A}_\mu^3 = \hat{Y}^a A_\mu^a - \frac{1}{g} \frac{1}{\hat{Y}^3 + 1} \varepsilon_{3ab} \hat{Y}^a \partial_\mu \hat{Y}^b \quad (\text{A.1})$$

である。ここで \hat{Y} を角変数で次のように parametrize する。

$$\hat{Y} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

このとき (A.1) 式の第二項は係数 g^{-1} を除いて

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\hat{Y}^3 + 1} \varepsilon_{3ab} \hat{Y}^a \partial_\mu \hat{Y}^b \\ &= \frac{1}{\hat{Y}^3 + 1} \{ \sin \theta \cos \phi \partial_\mu (\sin \theta \sin \phi) - \sin \theta \sin \phi \partial_\mu (\sin \theta \cos \phi) \} \\ &= \frac{1}{\hat{Y}^3 + 1} \sin^2 \theta \partial_\mu \phi \\ &= (1 - \cos \theta) \partial_\mu \phi \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

となる。さらに次の量

$$\varepsilon_{abc} \hat{Y}^a \partial_\mu \hat{Y}^b \partial_\nu \hat{Y}^c \quad (\text{A.4})$$

を角変数で書き換えてみよう。

$$\varepsilon_{abc} \hat{Y}^a \partial_\mu \hat{Y}^b \partial_\nu \hat{Y}^c$$

$$\begin{aligned}
&= \hat{Y}^1 \{ \partial_\mu (\sin \theta \sin \phi) \partial_\nu \cos \theta - \partial_\mu \cos \theta \partial_\nu (\sin \theta \sin \phi) \} \\
&+ \hat{Y}^2 \{ -\partial_\mu (\sin \theta \cos \phi) \partial_\nu \cos \theta + \partial_\mu \cos \theta \partial_\nu (\sin \theta \cos \phi) \} \\
&+ \hat{Y}^3 \{ \partial_\mu (\sin \theta \cos \phi) \partial_\nu (\sin \theta \sin \phi) - \partial_\mu (\sin \theta \sin \phi) \partial_\nu (\sin \theta \cos \phi) \} \\
&= (\hat{Y}^1 \sin^2 \theta \cos \phi + \hat{Y}^2 \sin^2 \theta \sin \phi + \hat{Y}^3 \cos \theta \sin \theta) \\
&\quad \times (-\partial_\mu \phi \partial_\nu \theta + \partial_\mu \theta \partial_\nu \phi) \\
&= \sin \theta (-\partial_\mu \phi \partial_\nu \theta + \partial_\mu \theta \partial_\nu \phi) \tag{A.5}
\end{aligned}$$

$$= \partial_\mu \{ (1 - \cos \theta) \partial_\nu \phi \} - \partial_\nu \{ (1 - \cos \theta) \partial_\mu \phi \}. \tag{A.6}$$

この結果と式 (A.3) より abelian field strength は

$$f_{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{A}_\nu^3 - \partial_\nu \tilde{A}_\mu^3 \tag{A.7}$$

$$\begin{aligned}
&= \partial_\mu (\hat{Y}^a A_\nu^a) - \partial_\nu (\hat{Y}^a A_\mu^a) \\
&\quad - \frac{1}{g} [\partial_\mu \{ (1 - \cos \theta) \partial_\nu \phi \} - \partial_\nu \{ (1 - \cos \theta) \partial_\mu \phi \}] \tag{A.8}
\end{aligned}$$

$$= \partial_\mu (\hat{Y}^a A_\nu^a) - \partial_\nu (\hat{Y}^a A_\mu^a) - \frac{1}{g} \varepsilon_{abc} \hat{Y}^a \partial_\mu \hat{Y}^b \partial_\nu \hat{Y}^c \tag{A.9}$$

と書くことができる。

Appendix B

Dirac 量子条件の導出

Monopole current の第 0 成分を三次元球 Ω の中で積分し、 Ω 内の charge を求める。

$$\begin{aligned} g_m &= \int_{\Omega} k_0(x) d^3x \\ &= \frac{1}{2g} \int_{\Omega} \varepsilon_{0\nu\rho\sigma} \varepsilon_{abc} \partial^\nu \hat{Y}^a(x) \partial^\rho \hat{Y}^b(x) \partial^\sigma \hat{Y}^c(x) d^3x \\ &= \frac{1}{2g} \int_{\partial\Omega} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{abc} \hat{Y}^a(x) \partial_j \hat{Y}^b(x) \partial_k \hat{Y}^c(x) d^2\sigma_i \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$d^2\sigma_i$ は面積要素を表す。ここで球面 $\partial\Omega$ を (α, β) で parametrize する。

$$d^2\sigma_i = \varepsilon_{ilm} \partial_\alpha x_l \partial_\beta x_m d\alpha d\beta \quad (\text{B.2})$$

を用いて積分を変形すると

$$g_m = \frac{1}{g} \int_{\partial\Omega} \varepsilon_{abc} \hat{Y}^a(x) \partial_\alpha \hat{Y}^b(x) \partial_\beta \hat{Y}^c(x) d\alpha d\beta \quad (\text{B.3})$$

となる。ここで被積分関数の 2 乗は $\hat{Y} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ と角変数で表したとき

$$[\varepsilon_{abc} \hat{Y}^a \partial_\alpha \hat{Y}^b \partial_\beta \hat{Y}^c]^2 = [\sin \theta (-\partial_\alpha \phi \partial_\beta \theta + \partial_\alpha \theta \partial_\beta \phi)]^2 \quad (\text{B.4})$$

と表される ((A.5)を参照)。さらに右辺は

$$\left| \partial_\alpha \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \times \partial_\beta \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \right|^2 \quad (\text{B.5})$$

と等しいことが容易にわかる (ここで \times は三次元空間での外積を表す)。
これは単位球面 $\hat{Y}^a \hat{Y}^a = 1$ 上の微小面積要素の 2 乗であり、 $\partial\Omega$ 上の積分で一回の covering につき

$$\int_{\partial\Omega} \left| \partial_\alpha \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \times \partial_\beta \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \right| d\alpha d\beta = 4\pi \quad (\text{B.6})$$

となることはすぐにわかる。ここで \hat{Y} に一価性を要求するとこの積分は 4π の整数倍となる。よって

$$g_m = \frac{4\pi}{g} n \quad (\text{B.7})$$

を導く (n は整数)。これは Dirac の量子条件を表す。ここで 4π となるのは $SU(2)$ の場合、 $T^3 = \sigma^3/2$ であり電荷の単位が $g/2$ になるためである。

Appendix C

Monopole density の自己相関

通常モンテカルロ法で物理量を測定する場合、 $SU(2)$ QCD では初期条件として与える配置から 2000 sweep は熱平衡状態に達するまでに必要な回数として、物理量は計算せずに捨てている。また物理量を測定する場合、それぞれの系の配置が独立になるように 50 sweep、相転移点近傍では 100 sweep 離して物理量を測定している。Monopole のようなトポロジカルな量を測定するときもこのやり方で良いのかどうかを一度確かめておく必要がある。Monopole density について自己相関関数

$$c(k) = \frac{\langle f_i f_{i+k} \rangle - \langle f \rangle^{*2}}{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}, \quad \langle f_i f_{i+k} \rangle = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} f_i f_{i+k},$$
$$\langle f \rangle^{*2} = \frac{1}{(N-k)^2} \sum_{i=1}^{N-k} f_i \sum_{i=1}^{N-k} f_{i+k} \quad (C.1)$$

を計算した。ここで N はデータ数を表す。物理量を測定する場合、 $c(k)$ が 0.2 以下になるようにモンテカルロの sweep の数を調節する必要がある[25]。 $10^3 \times 4$ lattice 上で β を critical な値 ($\beta_c = 2.298$) の付近にとり、まず初期の配置からの相関を調べてみた。データ数は 2000 個である。Fig.18 より、わずか 10 sweep 程度で $c(k) < 0.2$ が満たされており、熱平衡状態に達するまで 2000 sweep しているのは十分であろう。次に熱平衡状態に達するまでに 1000 sweep させた後 $c(k)$ を計算した。Fig.19 がその結果を表している。 β によってばらつきがあるものの、ほぼ 50 – 100 sweep で $c(k) < 0.2$ が満たされている。これにより、これまでのシミュレーションのやり方で相関に関しては特に問題がないことがわかった。

Appendix D

有限温度系の monopole 有効作用

有限温度 QCD の場合に monopole の有効作用の形を決める。Monopole current の、最近接からもう一つはなれた current の相互作用までを考慮する。作用の並進不変性、反転不変性、さらに座標の入れ換えによって不変であることを要求すると、current の保存則を考えなければ 8 個の項で書けることがわかる。さらに有限温度系の場合には時間と空間を区別しておかなくてはならない。

$$\begin{aligned} A_1 &= A_{1s} + A_{1t} \\ &= \sum_{s,\mu} k_\mu^2(s) \\ A_{1s} &= \sum_{s,i} k_i^2(s) \\ A_{1t} &= \sum_s k_4^2(s) \\ \\ A_2 &= A_{2s} + A_{2t} \\ &= \sum_{s,\mu} \frac{1}{2} k_\mu(s) \{k_\mu(s + \hat{\mu}) + k_\mu(s - \hat{\mu})\} \\ A_{2s} &= \sum_{s,i} \frac{1}{2} k_i(s) \{k_i(s + \hat{i}) + k_i(s - \hat{i})\} \\ A_{2t} &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \{k_4(s + \hat{4}) + k_4(s - \hat{4})\} \\ \\ A_3 &= A_{3s} + A_{3t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{s,\mu} \frac{1}{2} k_\mu(s) \sum_{\nu(\neq\mu)} \{k_\nu(s - \hat{\nu}) - k_\nu(s) \\
&\quad + k_\nu(s + \hat{\mu}) - k_\nu(s - \hat{\nu} + \hat{\mu})\} \\
A_{3s} &= \sum_{s,i} \frac{1}{2} k_i(s) \sum_{j(\neq i)} \{k_j(s - \hat{j}) - k_j(s) \\
&\quad + k_j(s + \hat{i}) - k_j(s - \hat{j} + \hat{i})\} \\
A_{3t} &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \sum_j \{k_j(s - \hat{j}) - k_j(s) \\
&\quad + k_j(s + \hat{4}) - k_j(s - \hat{j} + \hat{4})\} \\
\\
A_4 &= A_{4s} + A_{4t} \\
&= \sum_{s,\mu} \frac{1}{2} k_\mu(s) \sum_{\nu(\neq\mu)} \{k_\mu(s + \hat{\mu} + \hat{\nu}) + k_\mu(s + \hat{\mu} - \hat{\nu}) \\
&\quad + k_\mu(s - \hat{\mu} - \hat{\nu}) + k_\mu(s - \hat{\mu} + \hat{\nu})\} \\
A_{4s} &= \sum_{s,i} \frac{1}{2} k_i(s) \sum_{\nu(\neq i)} \{k_i(s + \hat{i} + \hat{\nu}) + k_i(s + \hat{i} - \hat{\nu}) \\
&\quad + k_i(s - \hat{i} - \hat{\nu}) + k_i(s - \hat{i} + \hat{\nu})\} \\
A_{4t} &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \sum_i \{k_4(s + \hat{4} + \hat{i}) + k_4(s + \hat{4} - \hat{i}) \\
&\quad + k_4(s - \hat{4} - \hat{i}) + k_4(s - \hat{4} + \hat{i})\} \\
\\
A_5 &= A_{5s} + A_{5t} \\
&= \sum_{s,\mu} \frac{1}{2} k_\mu(s) \sum_{\nu(\neq\mu)} \{k_\mu(s + \hat{\nu}) + k_\mu(s - \hat{\nu})\} \\
A_{5s} &= \sum_{s,i} \frac{1}{2} k_i(s) \sum_{\nu(\neq i)} \{k_i(s + \hat{\nu}) + k_i(s - \hat{\nu})\} \\
A_{5t} &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \sum_j \{k_4(s + \hat{j}) + k_4(s - \hat{j})\} \\
\\
A_6 &= A_{6s} + A_{6t} \\
&= \sum_{s,\mu} \frac{1}{2} k_\mu(s) \{k_\mu(s + 2\hat{\mu}) + k_\mu(s - 2\hat{\mu})\} \\
A_{6s} &= \sum_{s,i} \frac{1}{2} k_i(s) \{k_i(s + 2\hat{i}) + k_i(s - 2\hat{i})\}
\end{aligned}$$

$$A_{6t} = \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \{k_4(s + 2\hat{4}) + k_4(s - 2\hat{4})\}$$

$$\begin{aligned} A_7 &= A_{7s} + A_{7t} \\ &= \sum_{s,\mu} \frac{1}{2} k_\mu(s) \sum_{\nu(\neq\mu), \rho(\neq\mu, \nu)} \{k_\rho(s + \hat{\mu} + \hat{\nu}) - k_\rho(s + \hat{\mu} + \hat{\nu} - \hat{\rho}) \\ &\quad + k_\rho(s + \hat{\mu} - \hat{\nu}) - k_\rho(s + \hat{\mu} - \hat{\nu} - \hat{\rho}) \\ &\quad - k_\rho(s + \hat{\nu}) + k_\rho(s + \hat{\nu} - \hat{\rho}) \\ &\quad - k_\rho(s - \hat{\nu}) + k_\rho(s - \hat{\nu} - \hat{\rho})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{7s} &= \sum_{s,i} \frac{1}{2} k_i(s) \sum_{\nu(\neq i), j(\neq i, \nu)} \{k_j(s + \hat{i} + \hat{\nu}) - k_j(s + \hat{i} + \hat{\nu} - \hat{j}) \\ &\quad + k_j(s + \hat{i} - \hat{\nu}) - k_j(s + \hat{i} - \hat{\nu} - \hat{j}) \\ &\quad - k_j(s + \hat{\nu}) + k_j(s + \hat{\nu} - \hat{j}) \\ &\quad - k_j(s - \hat{\nu}) + k_j(s - \hat{\nu} - \hat{j})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{7t} &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \sum_{i \neq j} \{k_i(s + \hat{4} + \hat{j}) - k_i(s + \hat{4} + \hat{j} - \hat{i}) \\ &\quad + k_i(s + \hat{4} - \hat{j}) - k_i(s + \hat{4} - \hat{j} - \hat{i}) \\ &\quad - k_i(s + \hat{j}) + k_i(s + \hat{j} - \hat{i}) \\ &\quad - k_i(s - \hat{j}) + k_i(s - \hat{j} - \hat{i})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_8 &= A_{8s} + A_{8t} \\ &= \sum_{s,\mu} \frac{1}{2} k_\mu(s) \sum_{\nu(\neq\mu)} \{k_\nu(s + 2\hat{\mu}) - k_\nu(s + 2\hat{\mu} - \hat{\nu}) \\ &\quad + k_\nu(s - \hat{\mu} - \hat{\nu}) - k_\nu(s - \hat{\mu})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{8s} &= \sum_{s,i} \frac{1}{2} k_i(s) \sum_{j(\neq i)} \{k_j(s + 2\hat{i}) - k_j(s + 2\hat{i} - \hat{j}) \\ &\quad + k_j(s - \hat{i} - \hat{j}) - k_j(s - \hat{i})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{8t} &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \sum_i \{k_i(s - 2\hat{i}) - k_i(s - 2\hat{i} + \hat{4}) \\ &\quad + k_i(s + \hat{i} + \hat{4}) - k_i(s + \hat{i}) \\ &\quad - k_i(s + 2\hat{4}) - k_i(s + 2\hat{4} - \hat{i}) \\ &\quad + k_i(s - \hat{4} - \hat{i}) - k_i(s - \hat{4})\}. \end{aligned}$$

作用は、 f_i^s, f_i^t, f_i 等をそれぞれの項の結合定数として

$$S[k] = \sum_i f_i^s A_{is} + \sum_i f_i^t A_{it} \quad (D.1)$$

または、

$$S[k] = \sum_i f_i A_i + \sum_i f_i^t A_{it} \quad (D.2)$$

と書ける。ここで monopole current の保存則を用いると A_i は全てが独立ではないことがわかる。

$$0 = -A_1 + A_2 + A_3 \quad (D.3)$$

$$0 = -A_2 + A_6 + A_8 \quad (D.4)$$

$$0 = -A_3 + A_4 - 2A_5 + A_7 + A_8. \quad (D.5)$$

これを用いて、 A_i のうち垂直な current どうしが結合している項は落とすことができる。

$$S[k] = \sum_i' f_i A_i + \sum_i f_i^t A_{it}, \quad (i \neq 3, 7, 8). \quad (D.6)$$

ここで \sum' は $i=3,7,8$ を除くことを表す。さらに便宜上、 A_{8t} を

$$\begin{aligned} A_{8t}^1 &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \sum_i \{k_i(s + 2\hat{4}) - k_i(s + 2\hat{4} - \hat{i}) \\ &\quad + k_i(s - \hat{4} - \hat{i}) - k_i(s - \hat{4})\} \\ A_{8t}^2 &= \sum_s \frac{1}{2} k_4(s) \sum_i \{k_i(s - 2\hat{i}) - k_i(s - 2\hat{i} + \hat{4}) \\ &\quad + k_i(s + \hat{i} + \hat{4}) - k_i(s + \hat{i})\} \end{aligned}$$

と、分けて書くと current の保存則により

$$0 = -2A_{1t} + 2A_{2t} + A_{3t} \quad (D.7)$$

$$0 = -A_{2t} + A_{6t} + A_{8t}^1 \quad (D.8)$$

$$0 = -A_{3t} + 2A_{4t} - 4A_{5t} + A_{7t} + 2A_{8t}^2 \quad (D.9)$$

が成立する。これを用いると作用は

$$S[k] = \sum_i' (f_i A_i + f_i^t A_{it}) + c A_{8t}^2, \quad (i \neq 3, 7, 8) \quad (D.10)$$

のように書けるが、最後の時間-空間 current が結合している項は消すことができない(ここで c はある定数とする)。今回の計算では、第 1 項を時間-空間対称にして

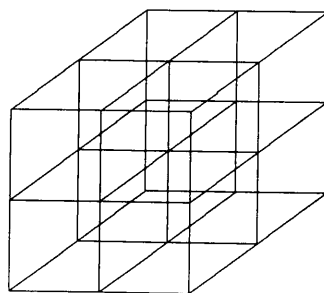
$$S[k] = \sum_i' (f_i^s A_{is} + f_i^t A_{it}) + c A_{8t}^2, (i \neq 3, 7, 8) \quad (\text{D.11})$$

の形を用いた。

Appendix E

Monopole loop の一様性についての補足

最も長い monopole loop の、4 次元 lattice 空間内での分布が一様であるかどうかを知る一つの指標として、以下のような量を計算してみた。4 次元 lattice 空間を、それぞれの方向に関して 2 等分することにより 16 個の sub lattice に分ける。下の図はそのうちの 3 次元部分(8 個の sub lattice) を現している。それぞれの sub lattice 上で最も長い monopole



loop に属する monopole current の密度を計算し(ρ_i)、それらの平均値からのばらつき

$$\frac{\sum_{i=1}^{16} (\rho_i - \langle \rho_i \rangle)^2}{16}, \quad \langle \rho_i \rangle = \sum_{i=1}^{16} \rho_i / 16 \quad (\text{E.1})$$

を調べてみた。少なくとも長い monopole loop が系の中に全体にかつー様に広がっていれば、この量は 0 に近い値を出すであろう。非閉じ込め

相で長い monopole loop が存在しなくなり、loop の分布が全体に一様でなくなってくると、この量は有限な値を持つようになる可能性がある。この量を uniformity と呼ぶことにする。Fig.20,21,22 はそれぞれ $16^3 \times 4$, $24^3 \times 6$, $24^3 \times 8$ の lattice での結果を示している。Critical な結合定数はそれぞれ 2.298, 2.426, 2.51 である。その相転移点前後で uniformity は予想されたとおり 0 から有限な値に変わっている。小さい size で定義された monopole の方が、critical な結合定数付近で早く uniformity が壊れだすように見えるが、傾向としては monopole の size に依っていない。この uniformity は人為的に導入された量ではあるが、閉じ込め相では monopole が lattice 全体に一様に分布し、非閉じ込め相では局所的に分布していることを示唆している。

Bibliography

- [1] G. 'tHooft, Nucl. Phys. **B190** (1981), 455.
- [2] A.S. Kronfeld *et al.*, Phys. Lett. **B198** (1987), 516.
A.S. Kronfeld *et al.*, Nucl.Phys. **B293** (1987), 461.
- [3] T. Suzuki and I. Yotsuyanagi, Phys. Rev. **D42** (1990), 4257; Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.) **20** (1991), 236.
- [4] T. Suzuki, Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.) **30** (1993), 176 and references therein.
- [5] S. Hioki *et al.*, Phys. Lett. **B272** (1991), 326.
- [6] H.Shiba and T.Suzuki, Kanazawa University, Report No. Kanazawa 93-10, 1993 (unpublished).
- [7] H.Shiba and T.Suzuki, Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.) **34** (1994), 182 .
- [8] H.Shiba and T.Suzuki, Phys. Lett. **B333** (1994), 461.
- [9] S.Ejiri, S.Kitahara, Y.Matsubara and T.Suzuki, Kanazawa University Report KANAZAWA 94-14, 1994, to appear in Physics Letters B.
- [10] S.Ejiri, S.Kitahara, Y.Matsubara and T.Suzuki, Talk at Lattice 94, to appear in Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.).
- [11] T. Suzuki *et al.*, Kanazawa University Report KANAZAWA 94-15, 1994, to appear in Physics Letters B.
- [12] Y.Matsubara *et al.*, Talk at Lattice 94, to appear in Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.).

- [13] H.Shiba and T.Suzuki, Kanazawa University Report KANAZAWA 93-09, 1993 (unpublished).
- [14] H.Shiba and T.Suzuki, Kanazawa University Report KANAZAWA 94-11, 1994, to appear in Physics Letters B.
- [15] H.Shiba and T.Suzuki, Kanazawa University Report KANAZAWA 94-12, 1994.
- [16] T. Suzuki and H. Shiba, Talk at Lattice 94, to appear in Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.).
- [17] T.L. Ivanenko *et al.*, Phys. Lett. **B252** (1990), 631.
- [18] J. Arafune *et al.*, Jour. Math. Phys. **16** (1975), 433.
- [19] T.A. DeGrand and D. Toussaint, Phys. Rev. **D22** (1980), 2478.
- [20] R.H. Swendsen, Phys. Rev. Lett. **52** (1984), 1165; Phys. Rev. **B30** (1984), 3866, 3875.
- [21] T.Banks *et al.*, Nucl. Phys. **B129** (1977), 493.
- [22] J. Smit and A.J. van der Sijs, Nucl. Phys. **B355** (1991), 603.
- [23] A. Bode, Th. Lippert and K. Schilling, Nucl. Phys. B(Proc. Suppl.) **34** (1994), 549.
- [24] P.J. Gans, Jour. Chem. Phys. **42** (1965), 4159 and references therein.
- [25] R. Gupta *et al.*, Mod. Phys. Lett. **A3** (1988), 1367.

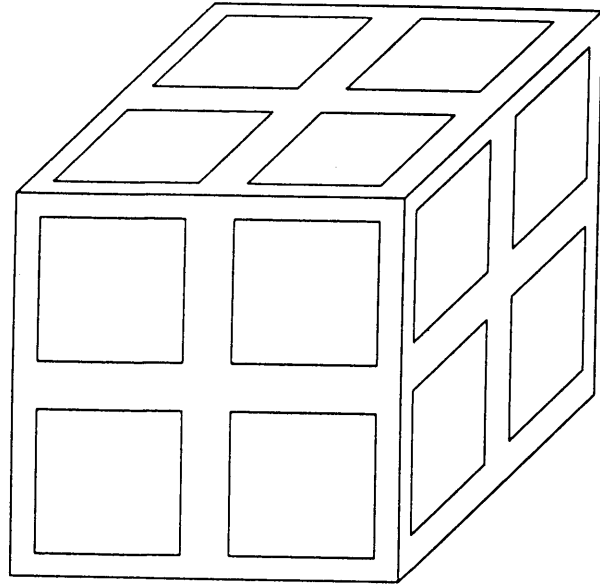


Fig.1 2^3 monopole が定義される extended cube。

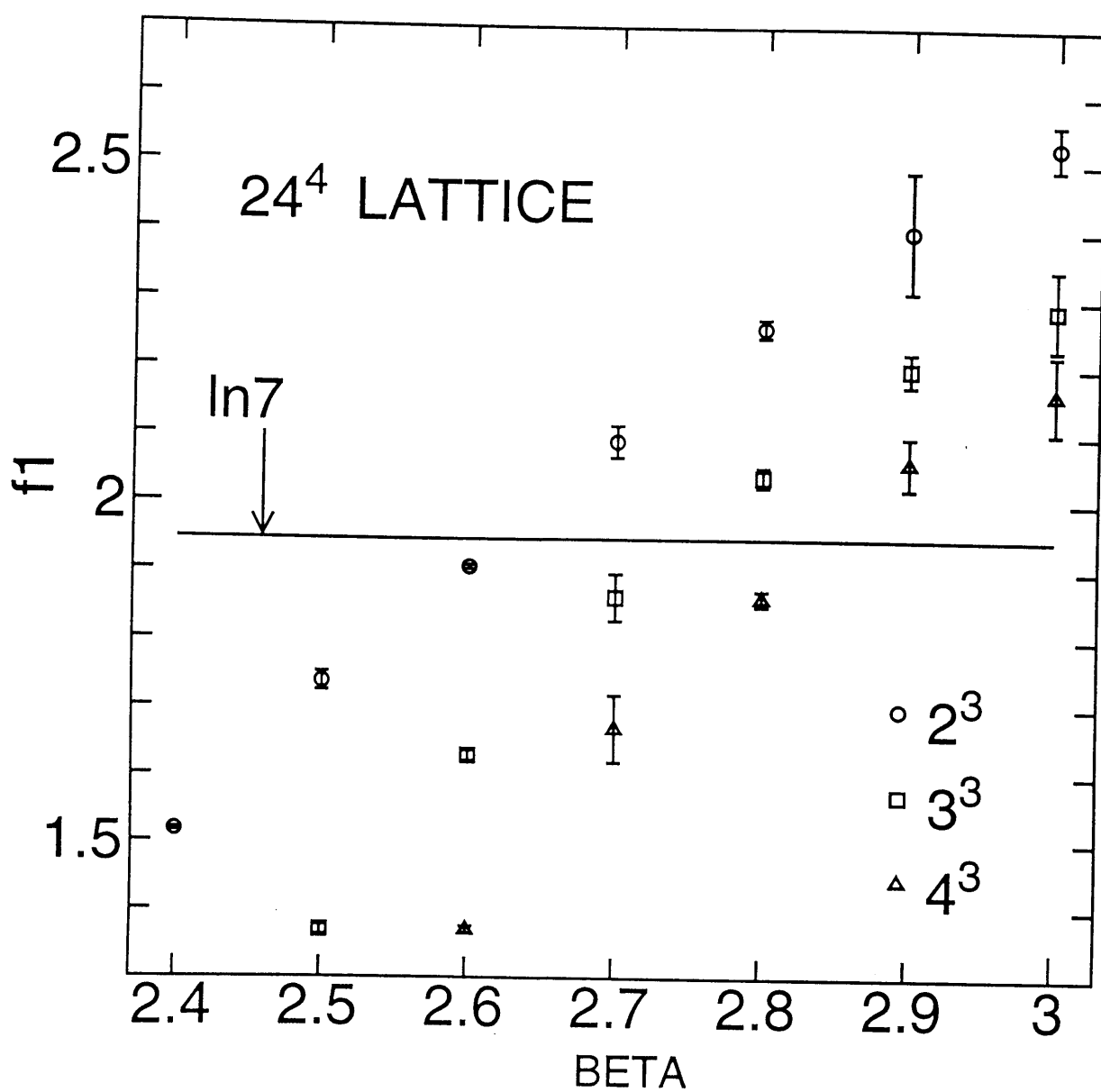


Fig.2 β と monopole 有効作用の結合定数 f_1 の関係。24⁴ lattice 上で $2^3, 3^3, 4^3$ extended monopole に対して計算したもの。

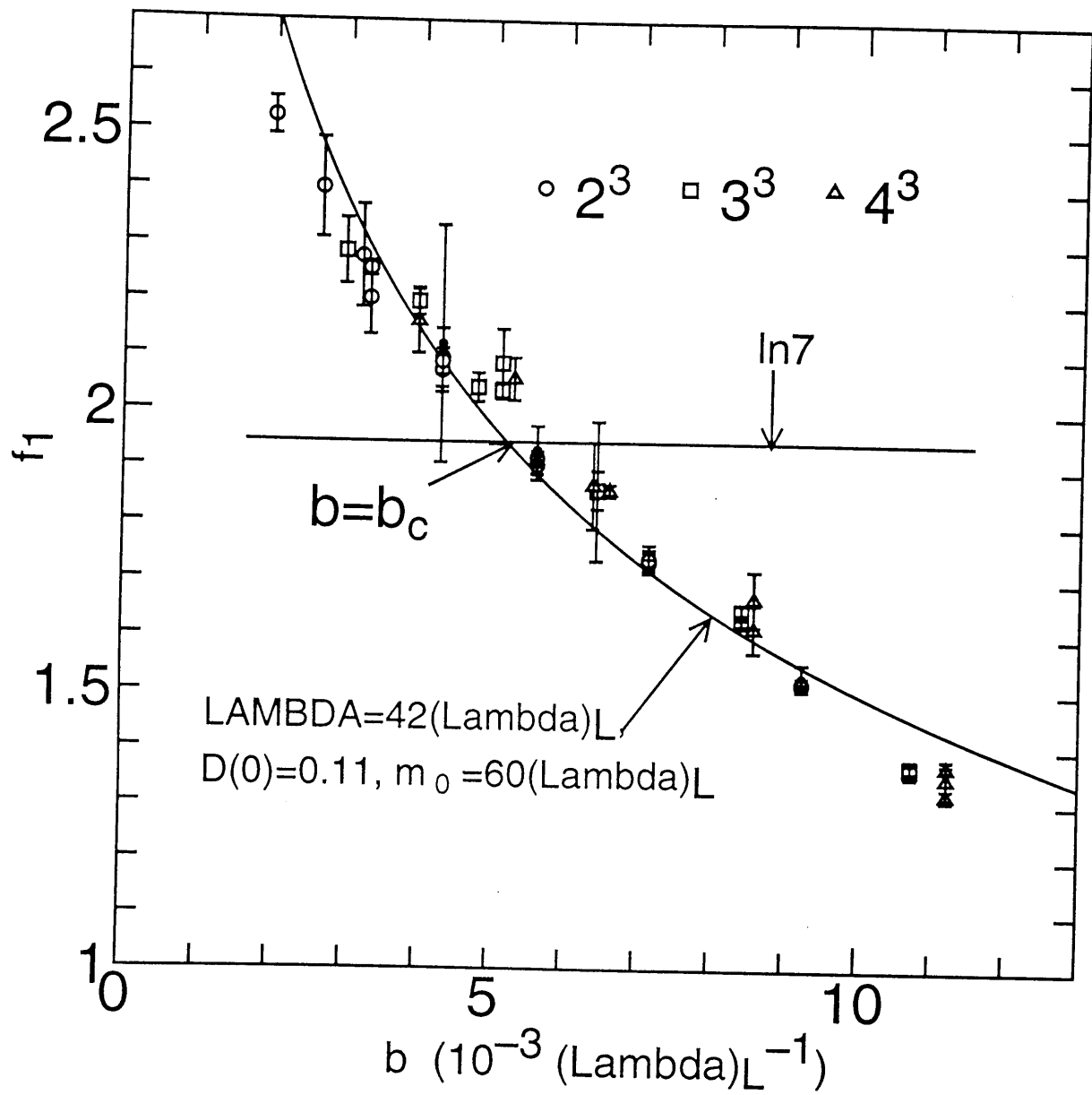


Fig.3 b と結合定数 f_1 の関係。

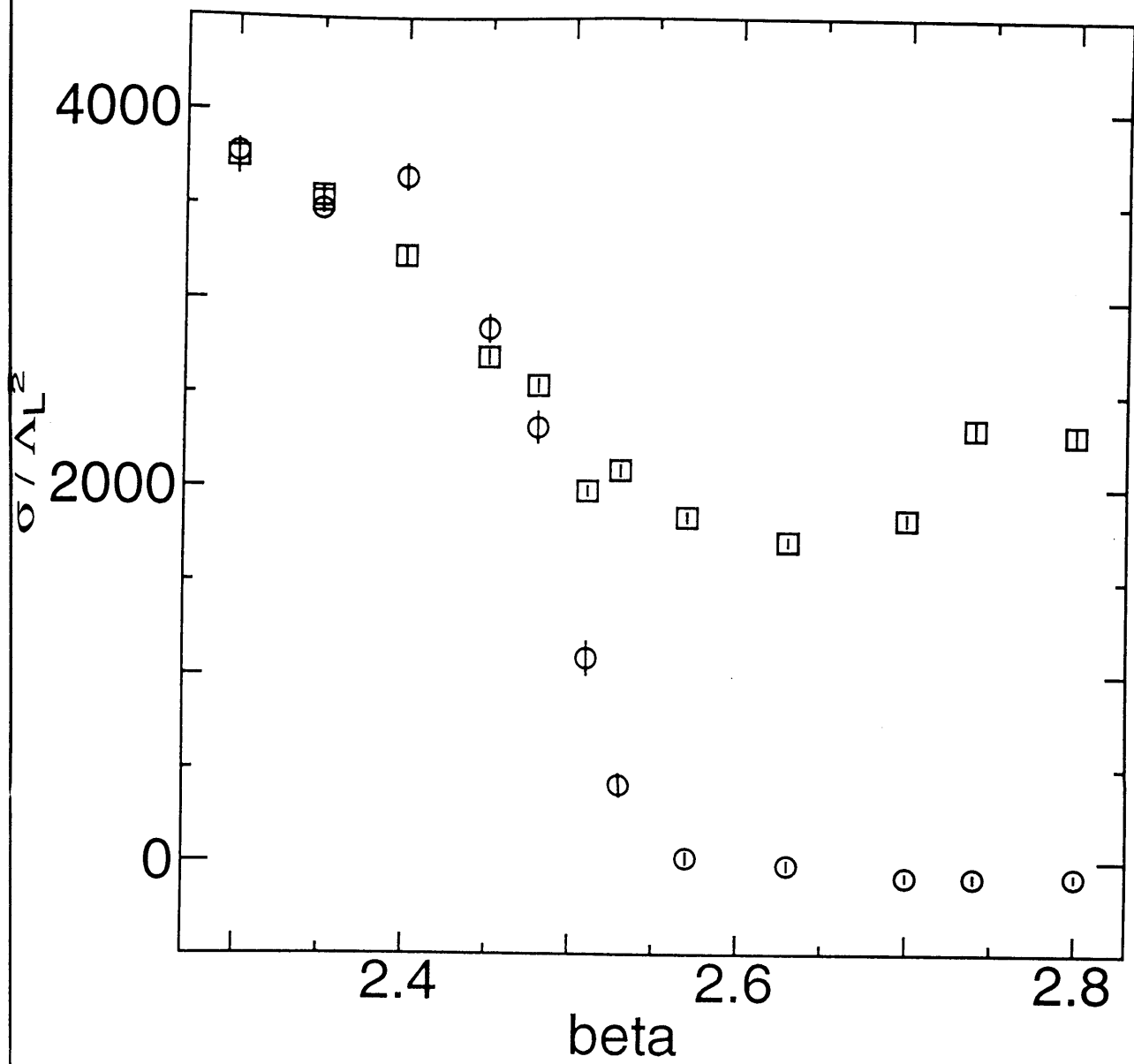


Fig.4 $24^3 \times 8$ lattice 上で、monopole から physical な string tensions (circle) と spatial string tensions (square) を求めたもの。

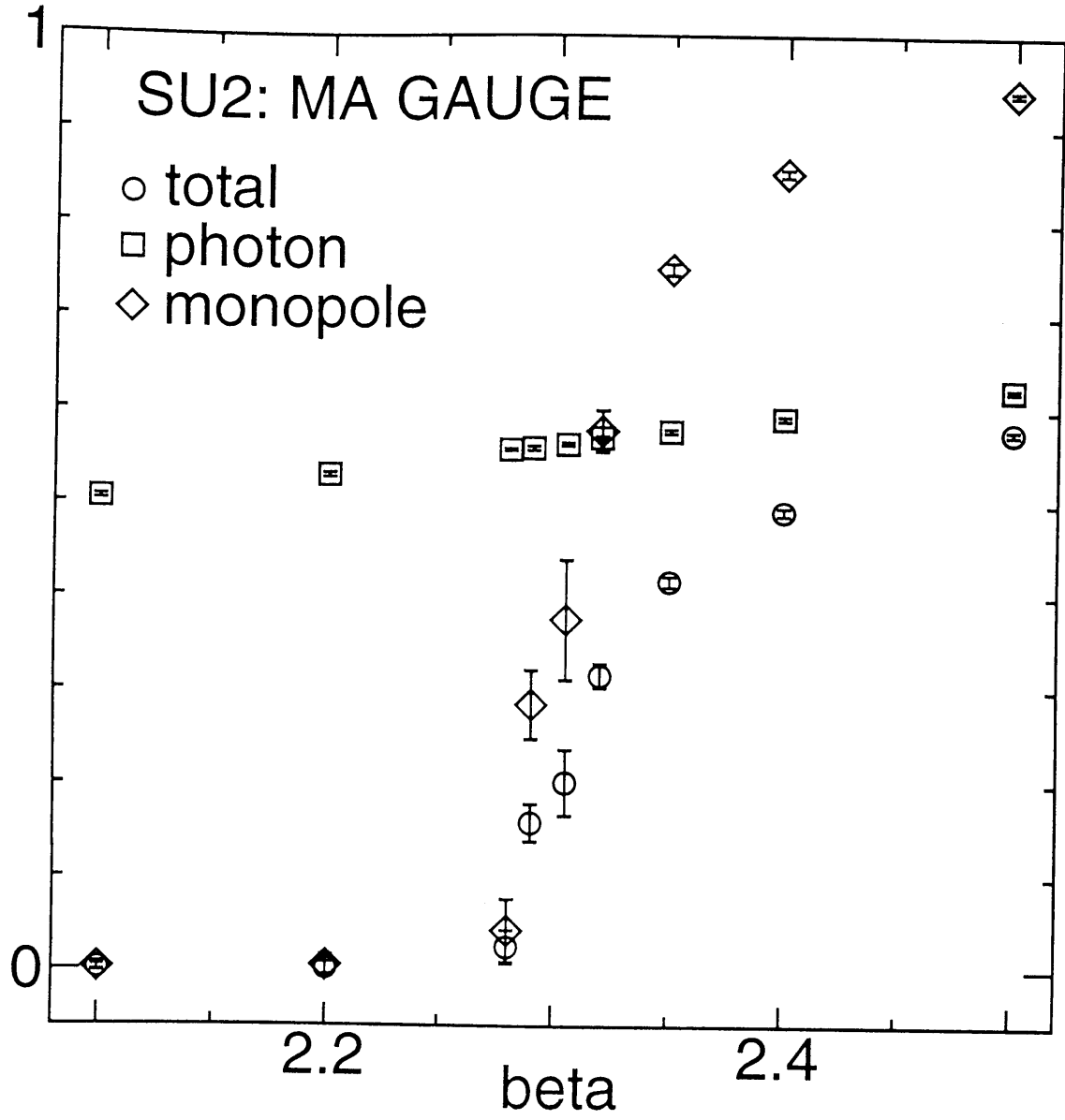


Fig.5 $16^3 \times 4$ lattice 上での $SU(2)$ QCD (MA gauge) で、Polyakov loop への Dirac string と photon の寄与を調べたもの。Total は abelian Polyakov loop を表す。

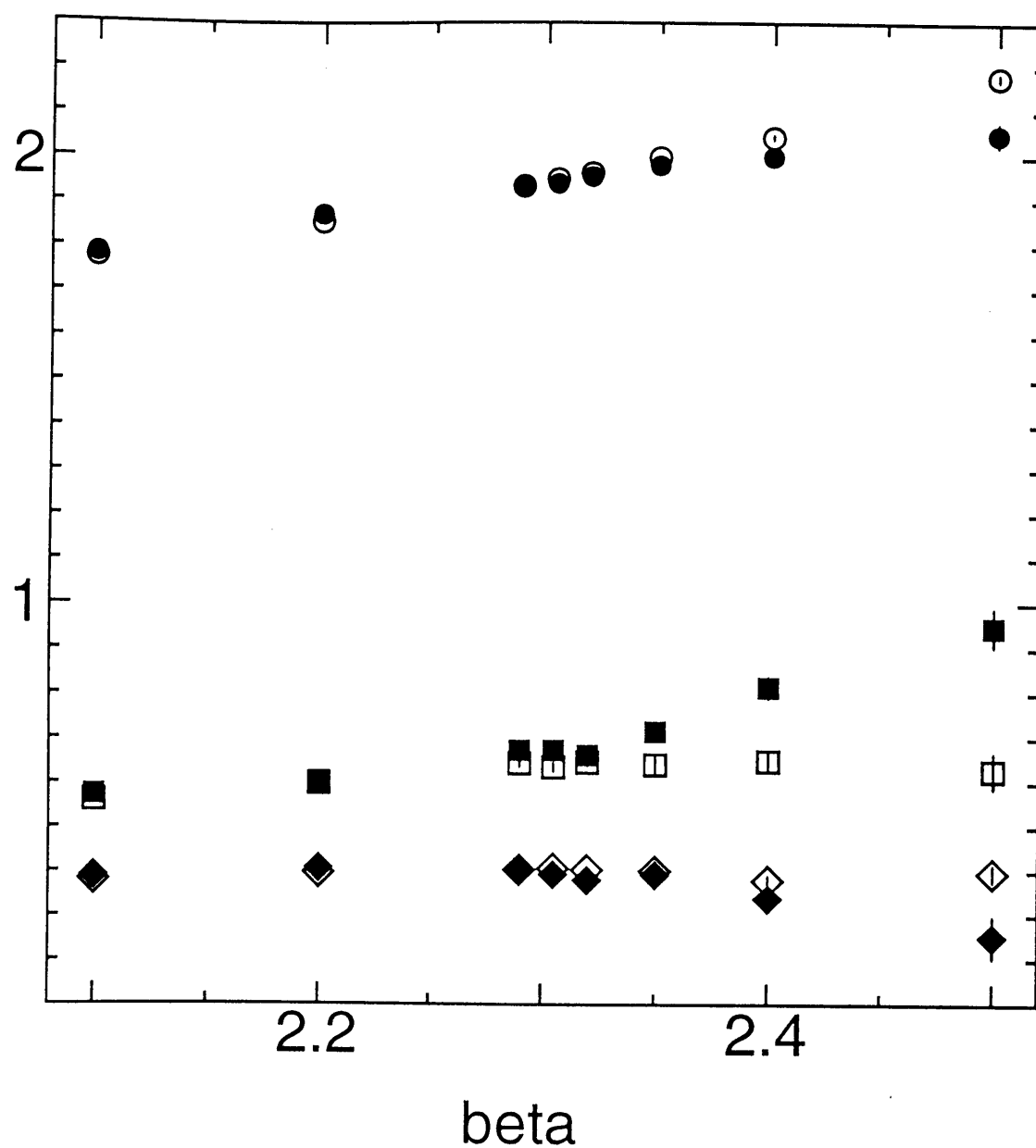


Fig.6 $16^3 \times 4$ lattice 上で 1^3 monopole に対し、 β と結合定数 f_1 (circle), f_2 (square), f_3 (diamond) の関係を示したもの。Open symbol は space-like current 間の結合を表し、filled symbol は time-like current 間の結合を表す。

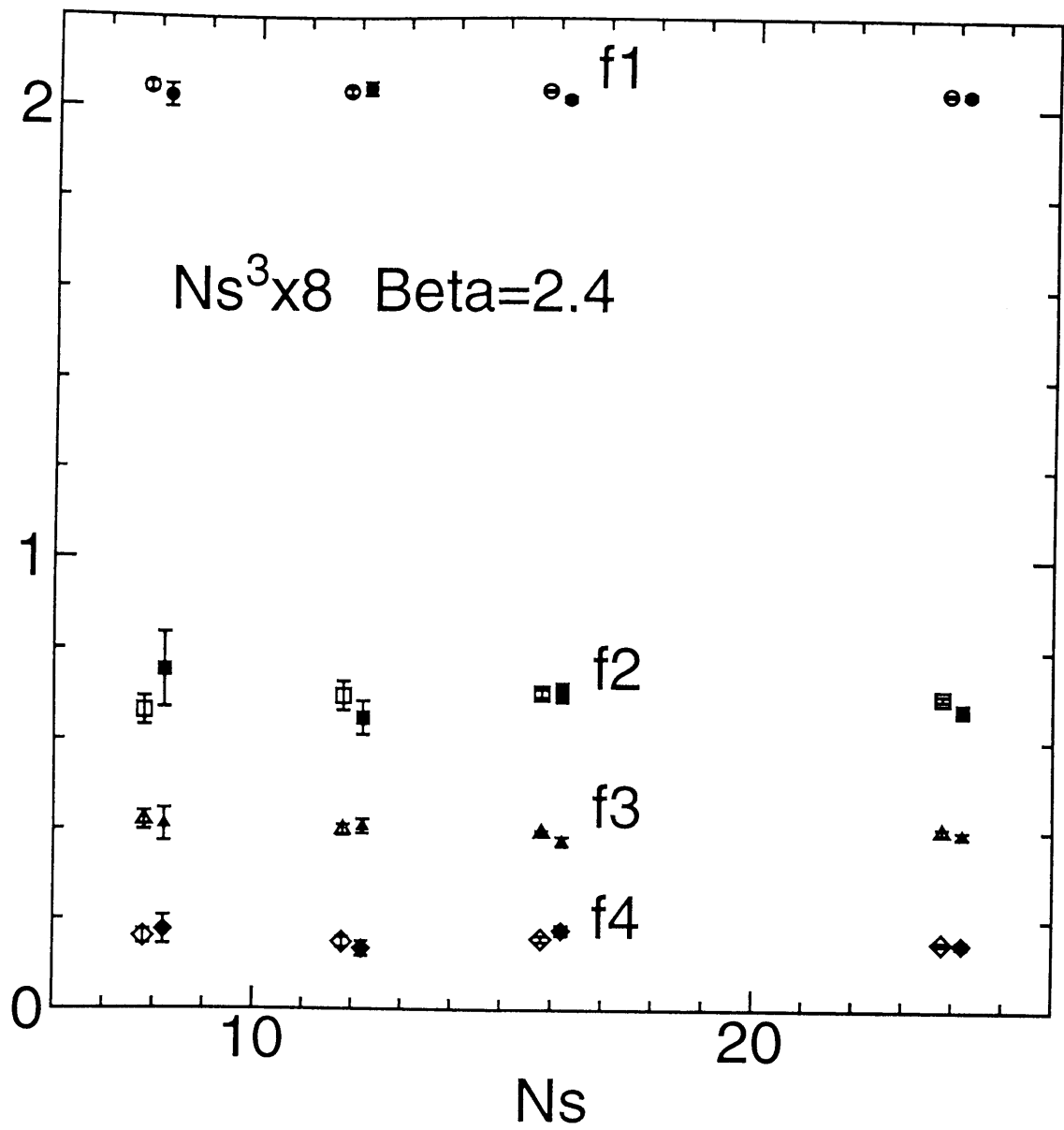


Fig.7 $\beta=2.4, N_t=8$ を固定し、空間の方向の size N_s を変えたときの monopole 有効作用の変化。Open symbol は space-like current 間の結合を表し、filled symbol は time-like current 間の結合を表す。

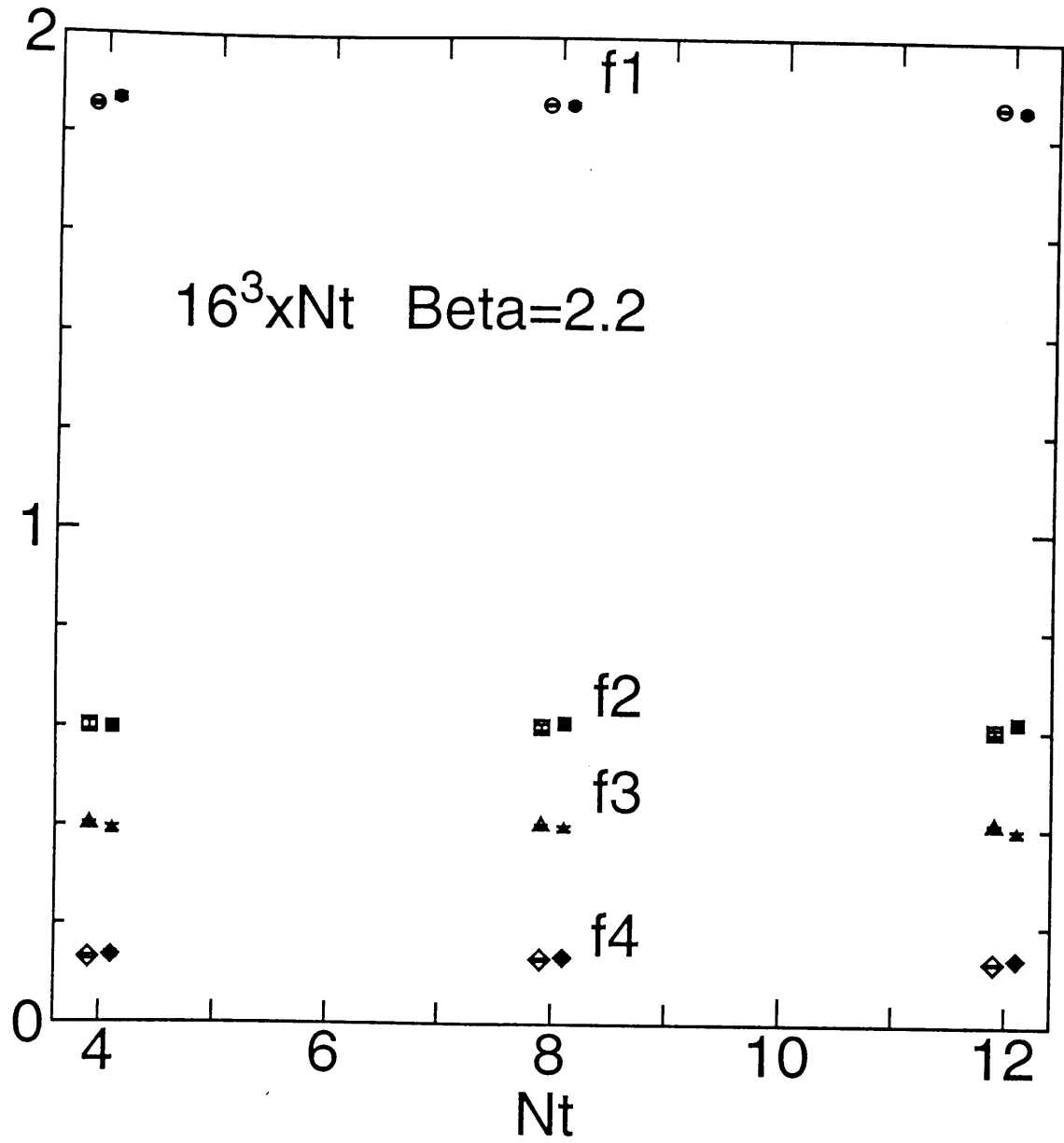


Fig.8 $\beta=2.2, N_s=12$ を固定し、時間の方向の size N_t を変えたときの monopole 有効作用の変化。Open symbol は space-like current 間の結合を表し、filled symbol は time-like current 間の結合を表す。

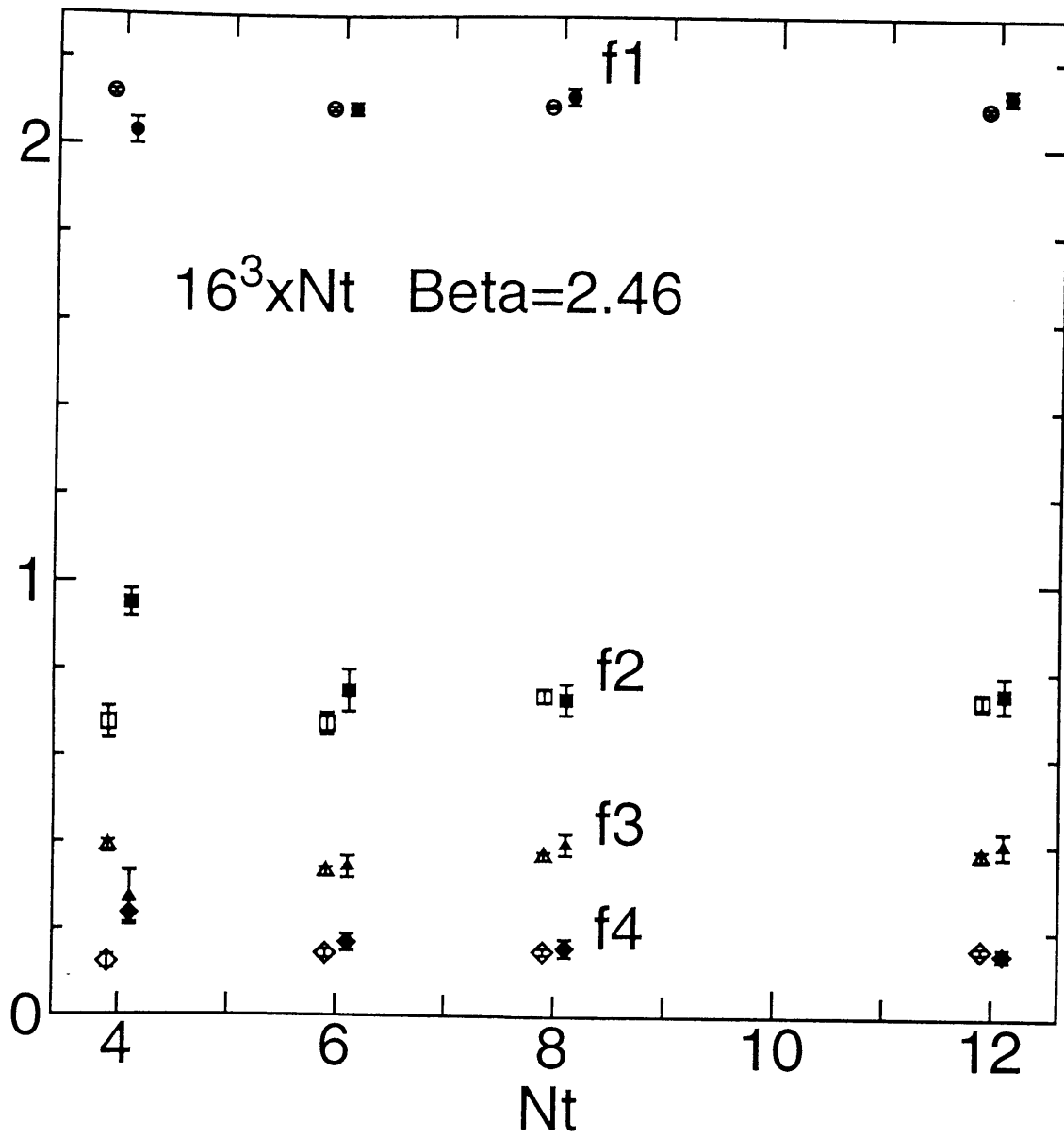


Fig.9 $\beta=2.46, N_s=12$ を固定し、時間の方向の size N_t を変えたときの monopole 有効作用の変化。Open symbol は space-like current 間の結合を表し、filled symbol は time-like current 間の結合を表す。

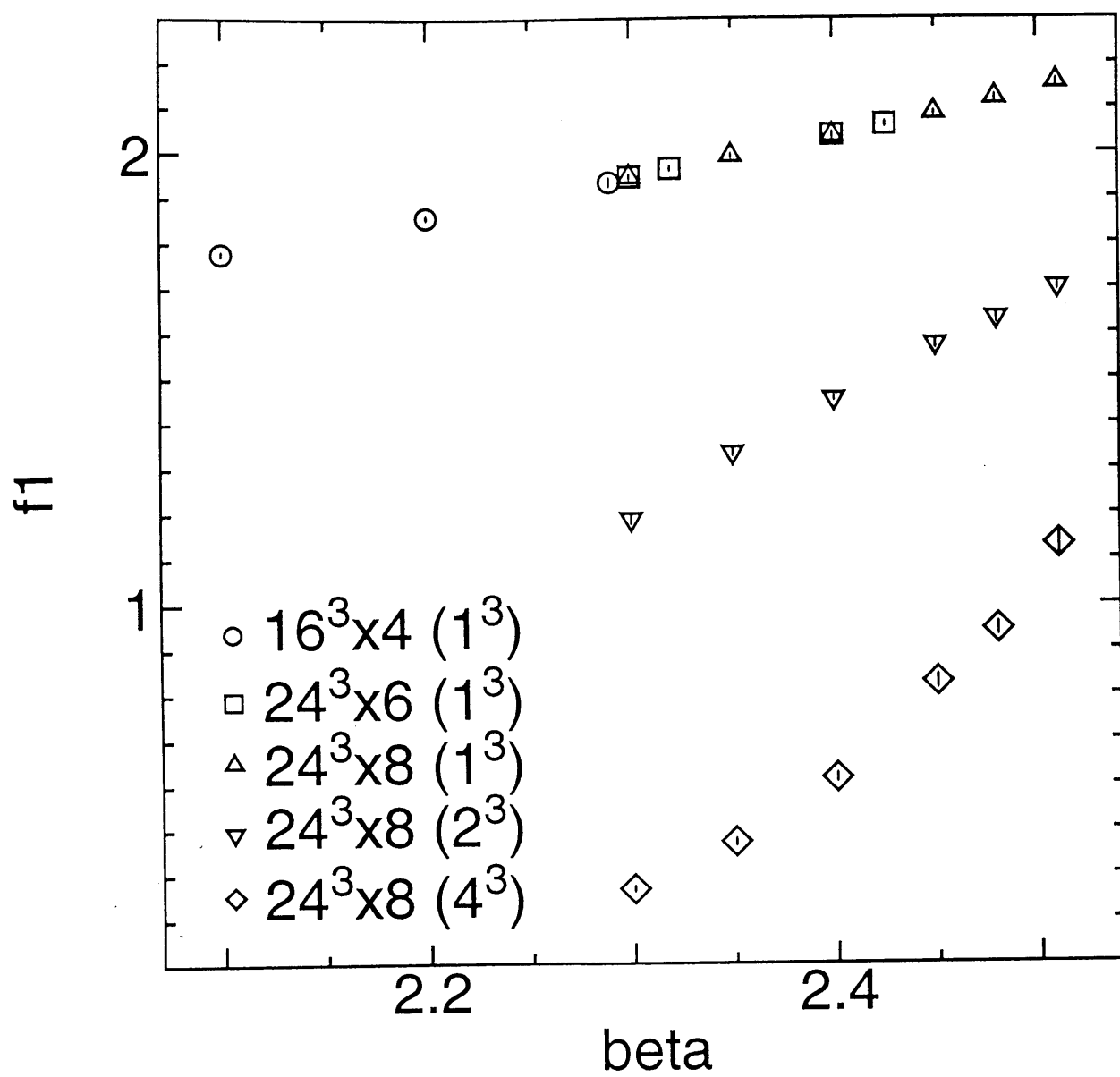


Fig.10 系が閉じ込め相にあるとき、 β と様々な lattice 上で求められた結合定数 f_1 の関係を表したもの。括弧内の数字は monopole の extendedness を表す。

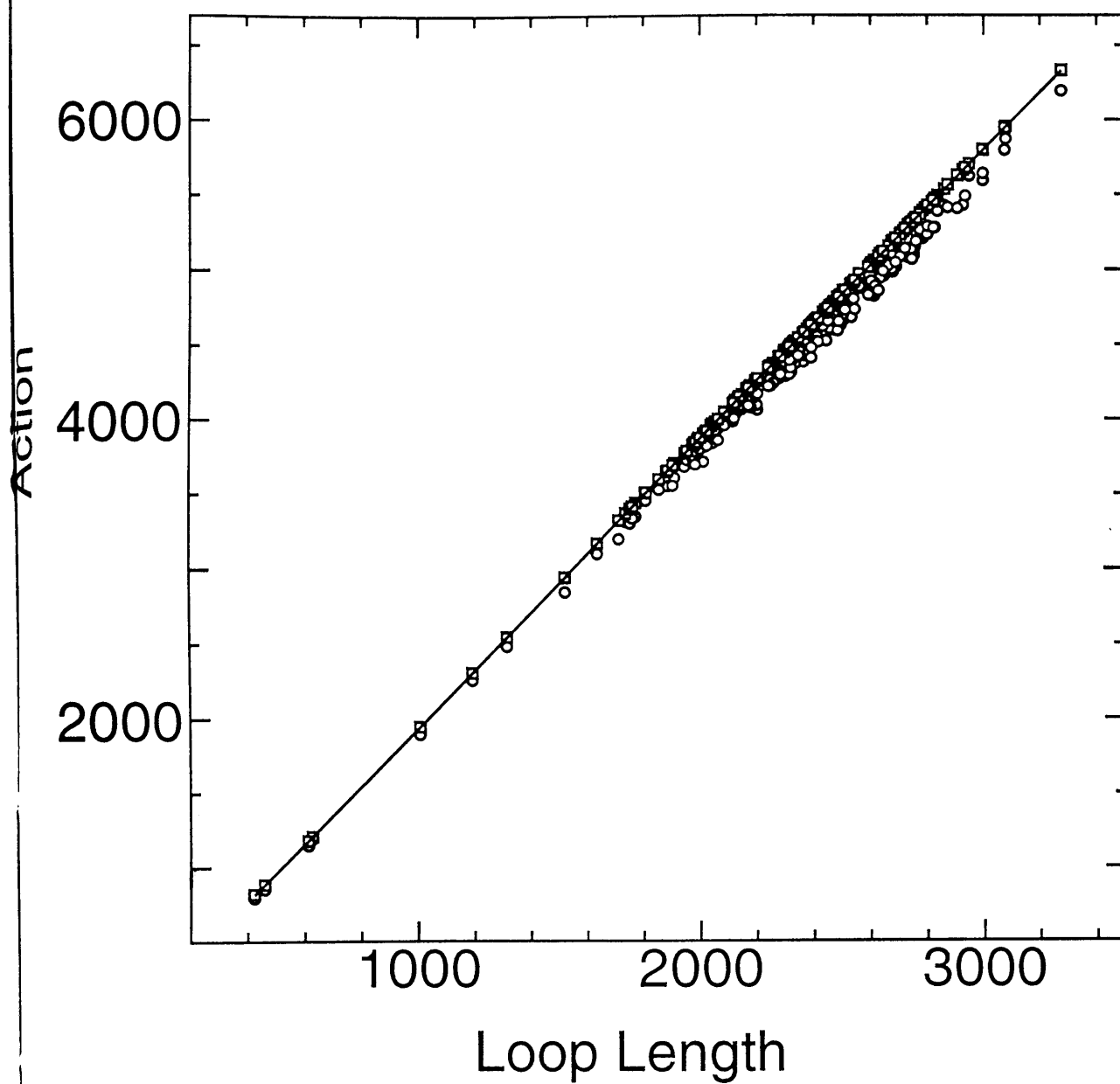


Fig.11 Monopole loop の長さと、total な monopole の有効作用(circle)、monopole 有効作用の自己エネルギー項(square)、 $f_1 \times (\text{loop 長})$ の関係を調べたもの。 $16^3 \times 4$ lattice ($\beta = 2.29$)、配置の数は 200 である。

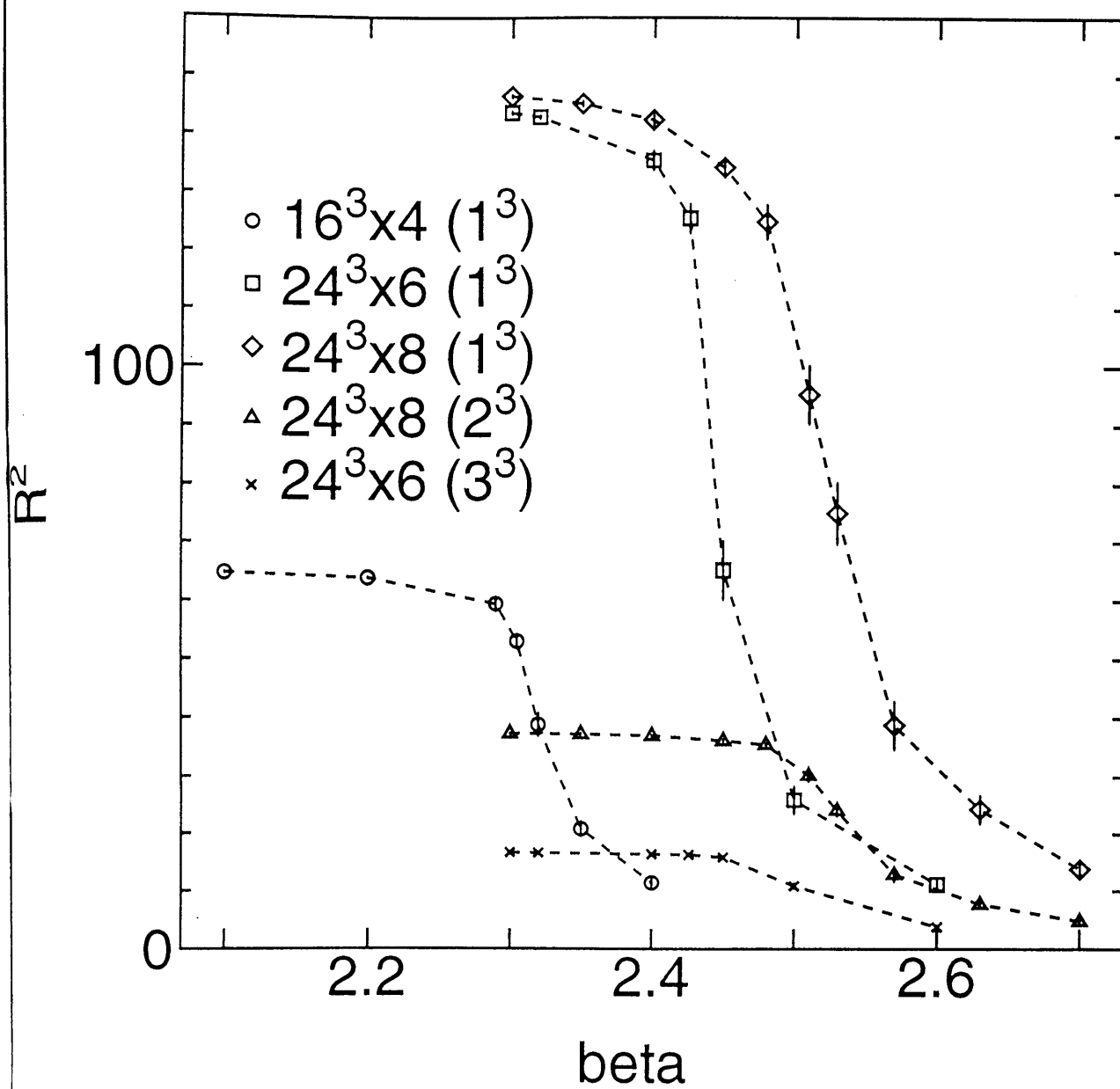


Fig.12 β と R^2 の関係を様々な lattice 上で調べたもの。括弧内の数字は monopole の extendedness を表す。

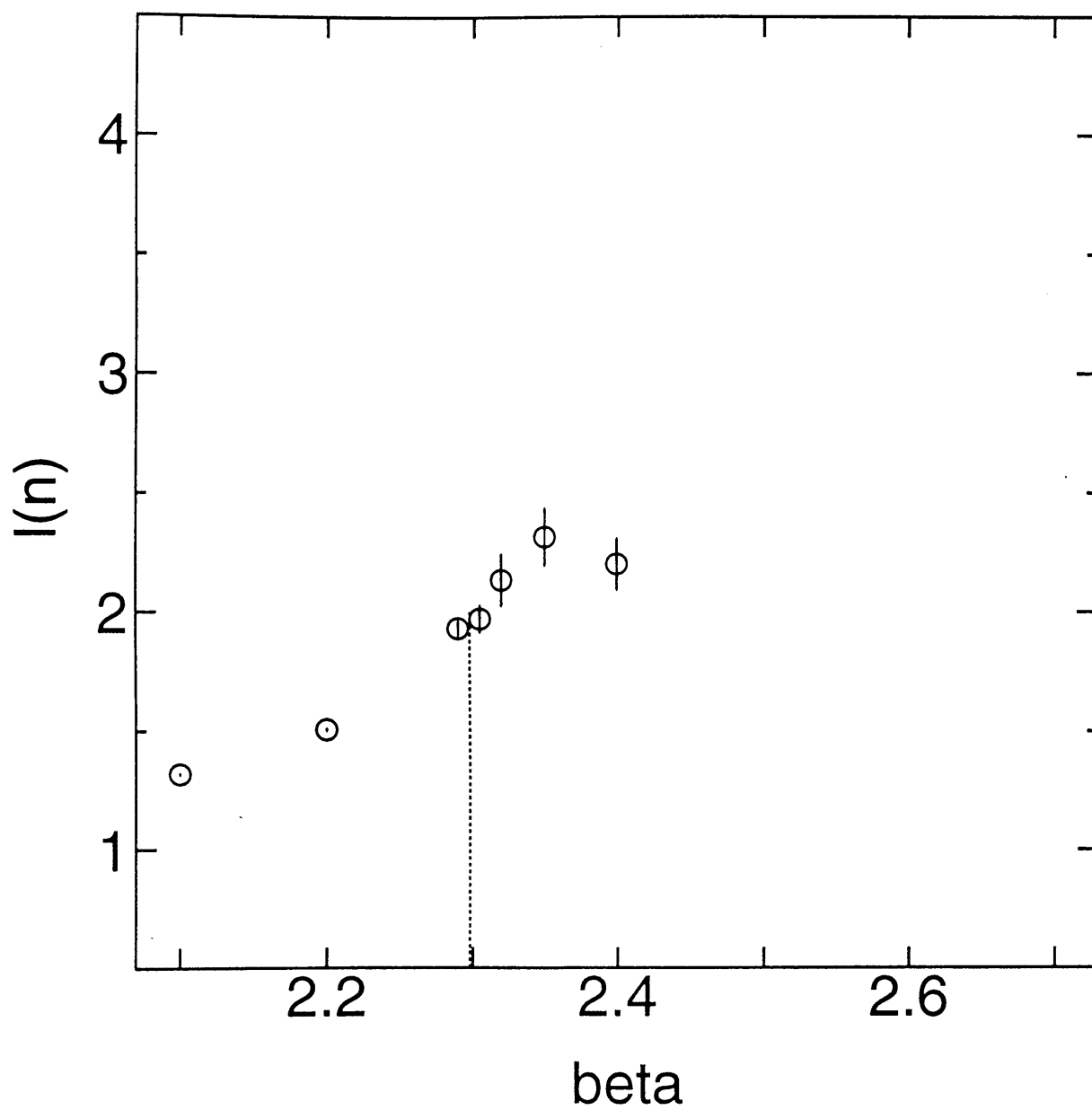


Fig.13 $16^3 \times 4$ lattice 上で 1^3 monopole に対し、 β と $l(n)$ の関係を調べたもの。縦の点線は β_c の位置を表す。

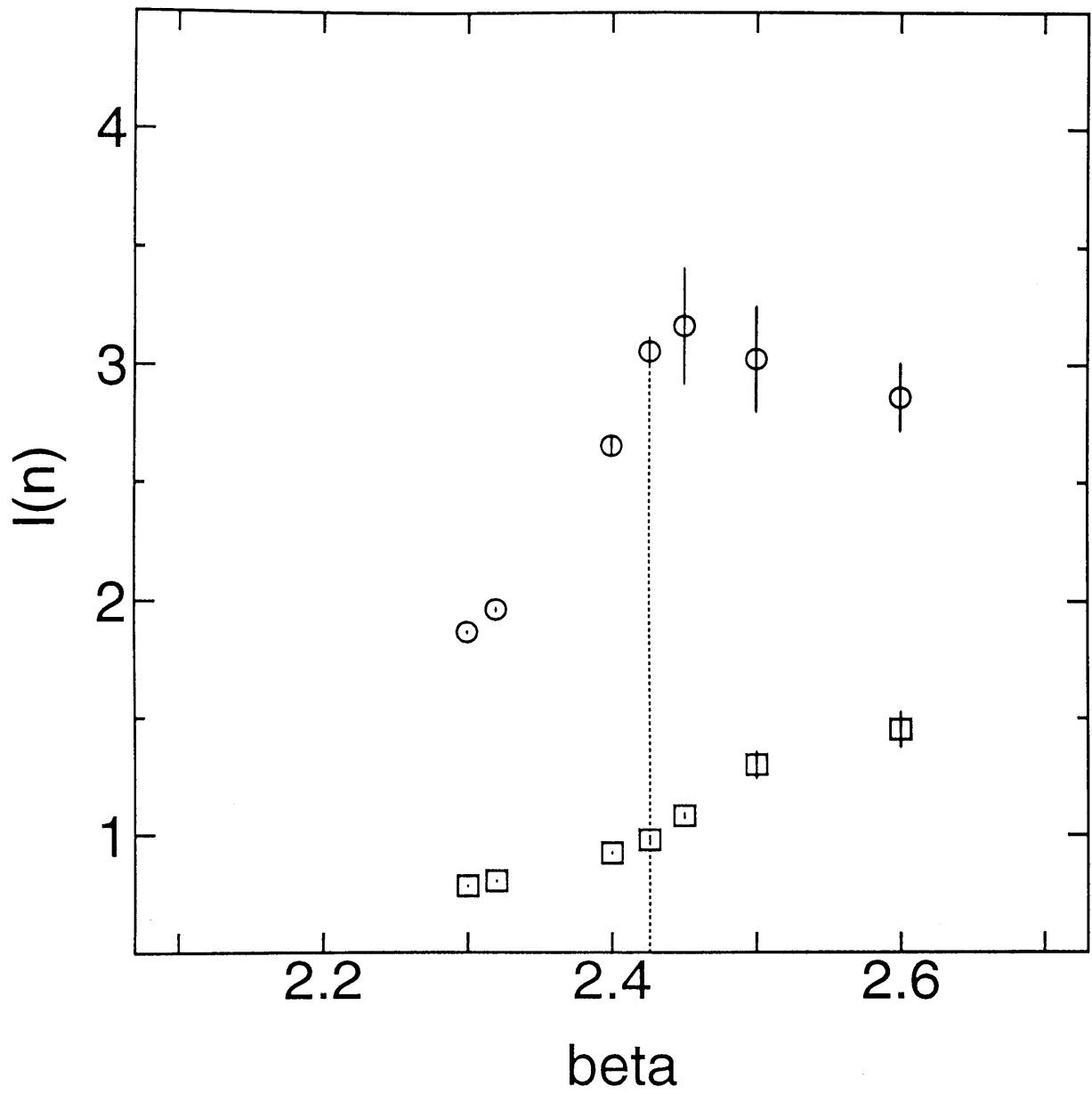


Fig.14 $24^3 \times 6$ lattice 上で、 1^3 (circle) と 3^3 (square) monopole に対して、 β と $l(n)$ の関係を調べたもの。縦の点線は β_c の位置を表す。

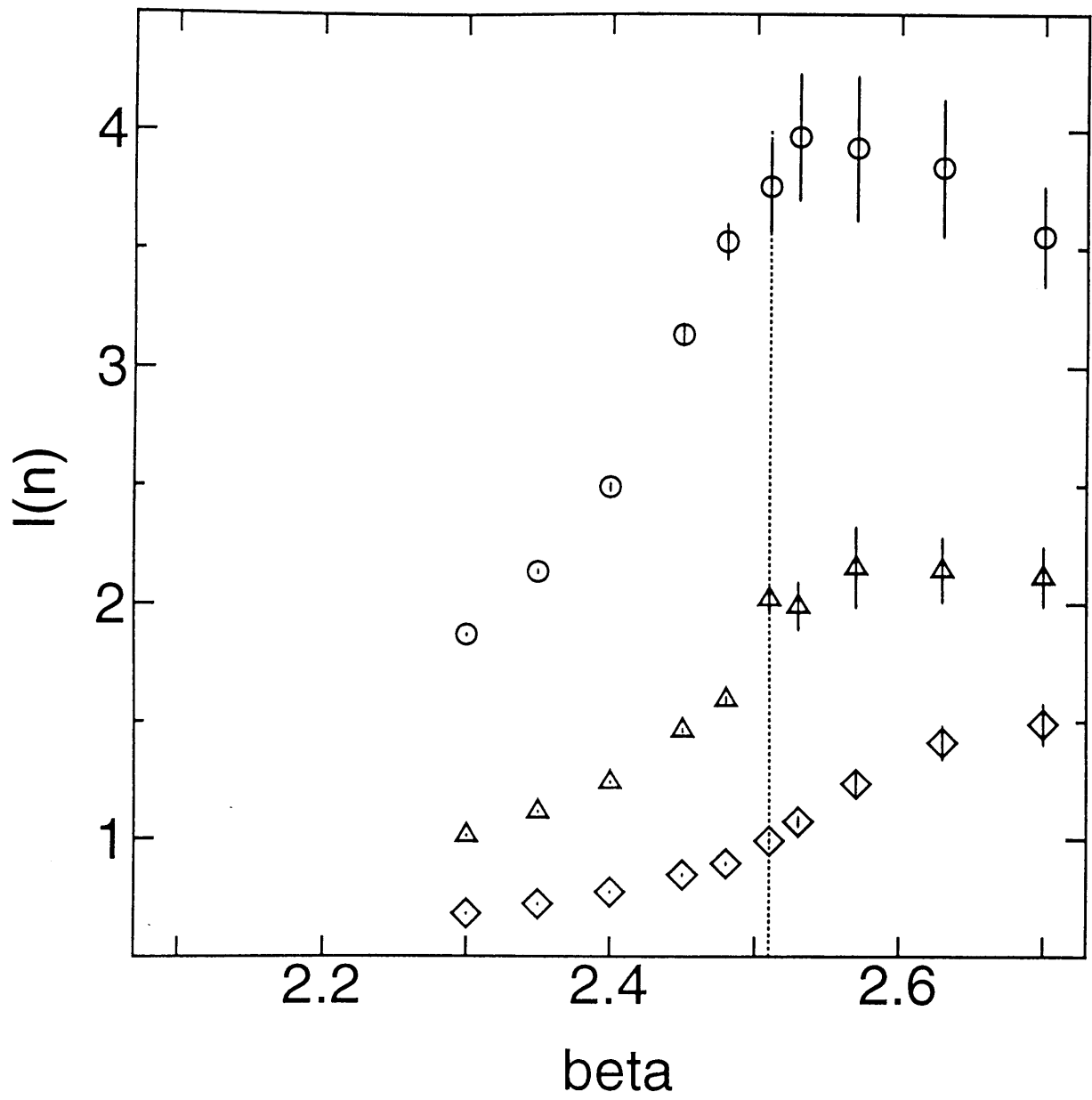


Fig.15 $24^3 \times 8$ lattice 上で 1^3 (circle), 2^3 (triangle), 4^3 (diamond) monopole に対して、 β と $l(n)$ の関係を調べたもの。縦の点線は β_c の位置を表す。

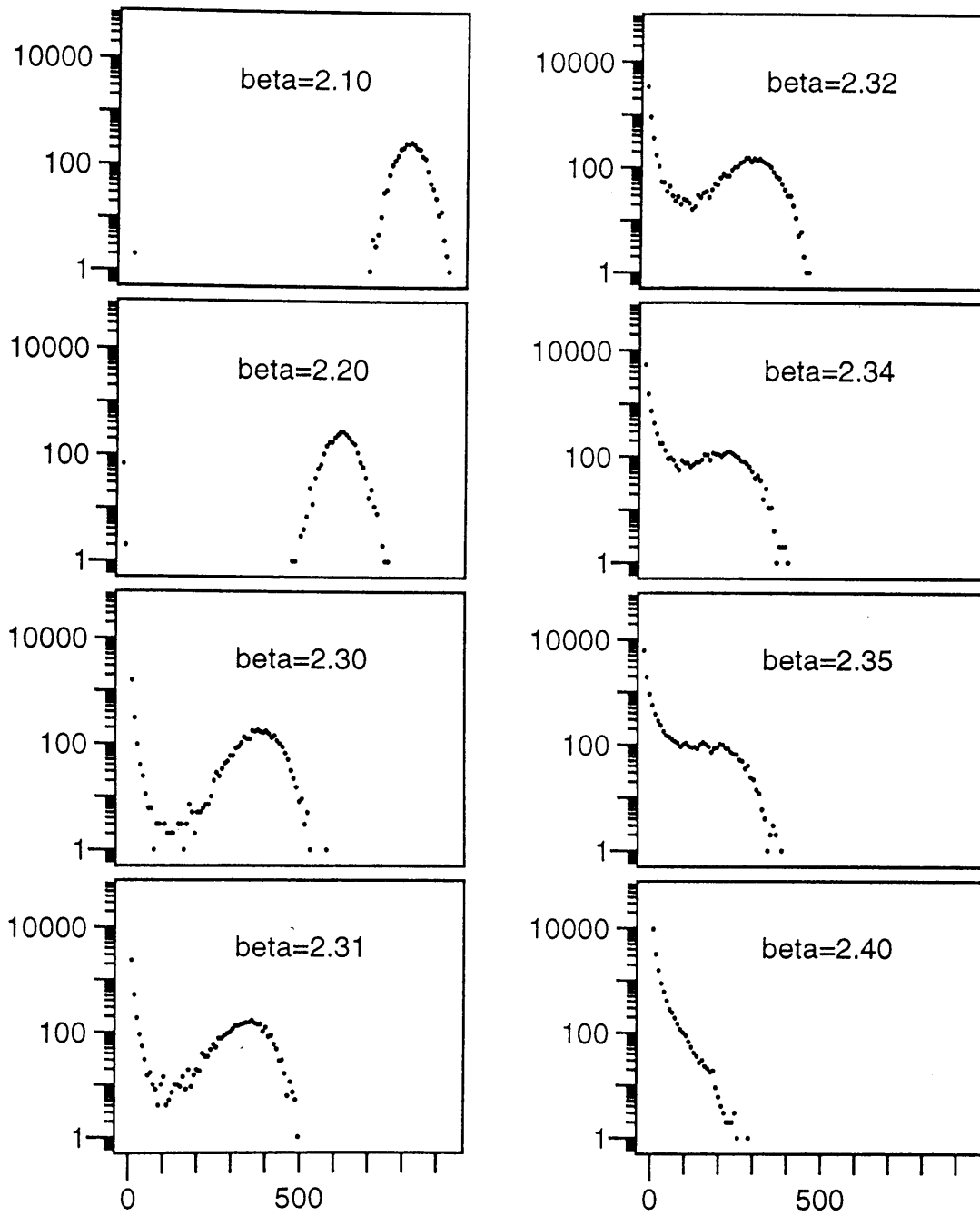


Fig.16 $12^3 \times 4$ lattice 上で 2^3 monopole loop の histogram を計算したもの。

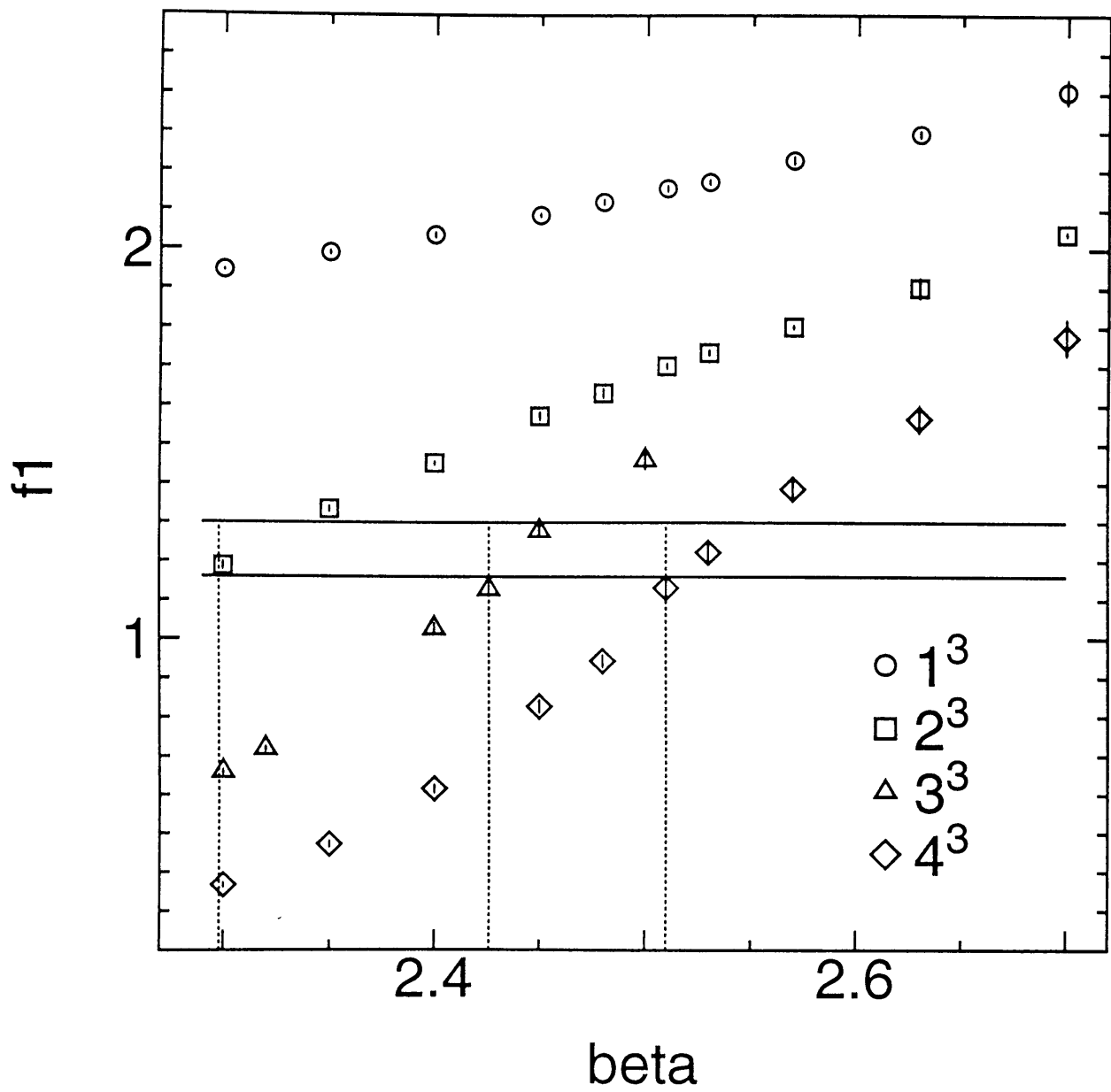


Fig.17 様々な extended monopole に対する結合定数 f_1 。縦の点線は左から $N_t = 4, 6, 8$ の場合の β_c の位置を表す。

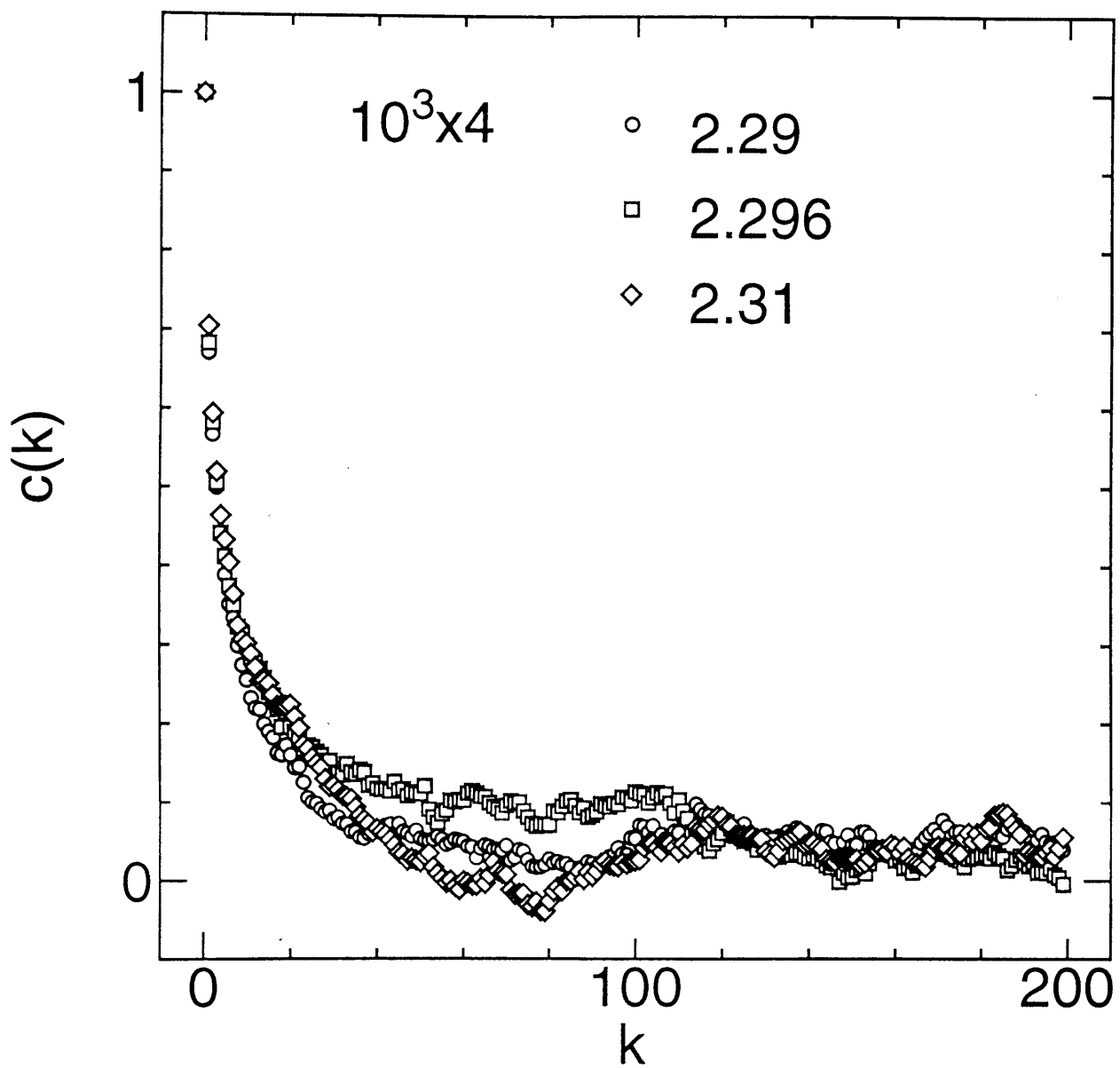


Fig.18 Monopole density についての自己相関関数。モンテカルロの sweep を random start から始めたときの結果。

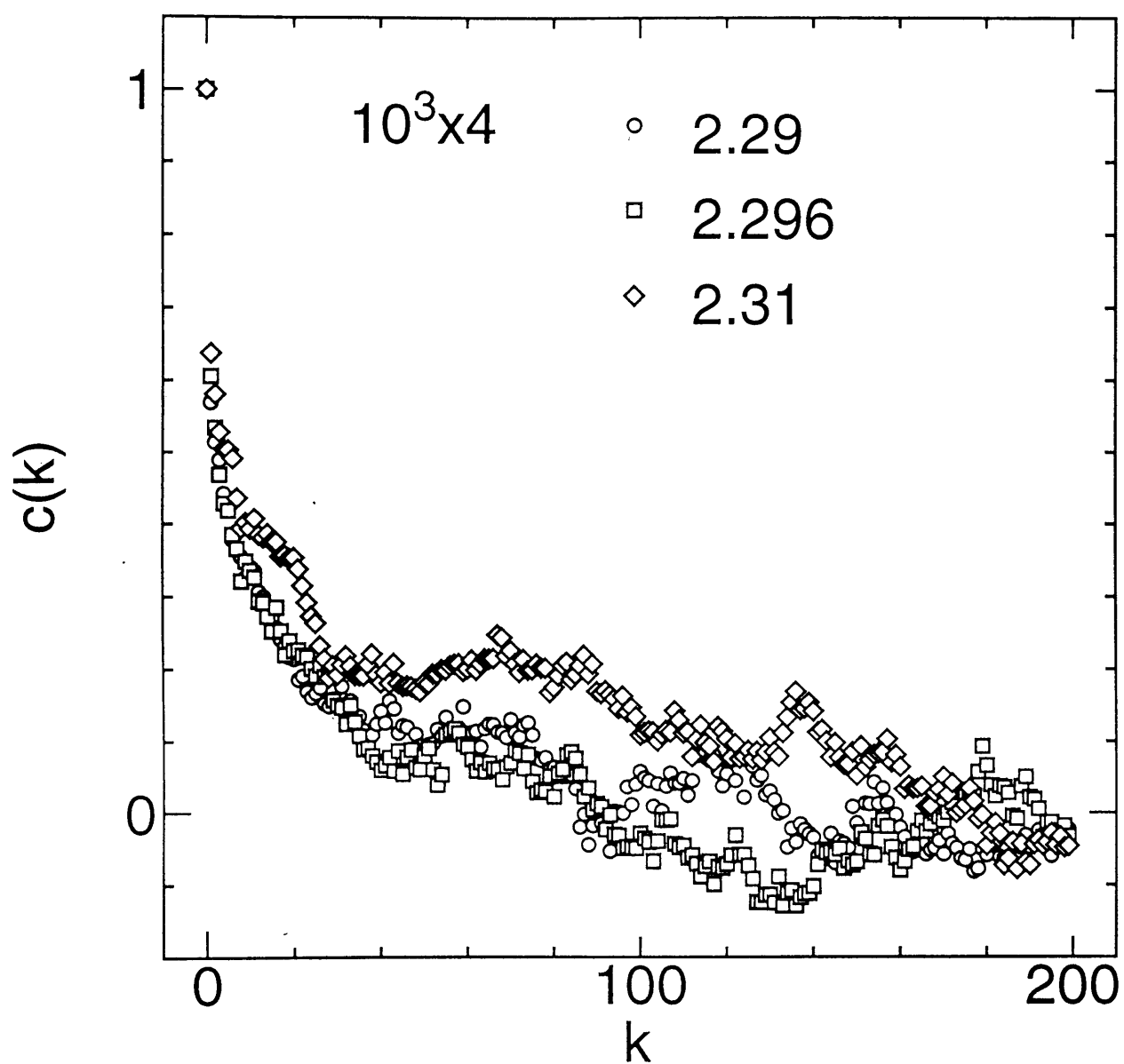


Fig.19 Monopole density についての自己相関関数。モンテカルロの sweep を 1000 回行って、系が平行状態になってから測定を始めたときの結果。

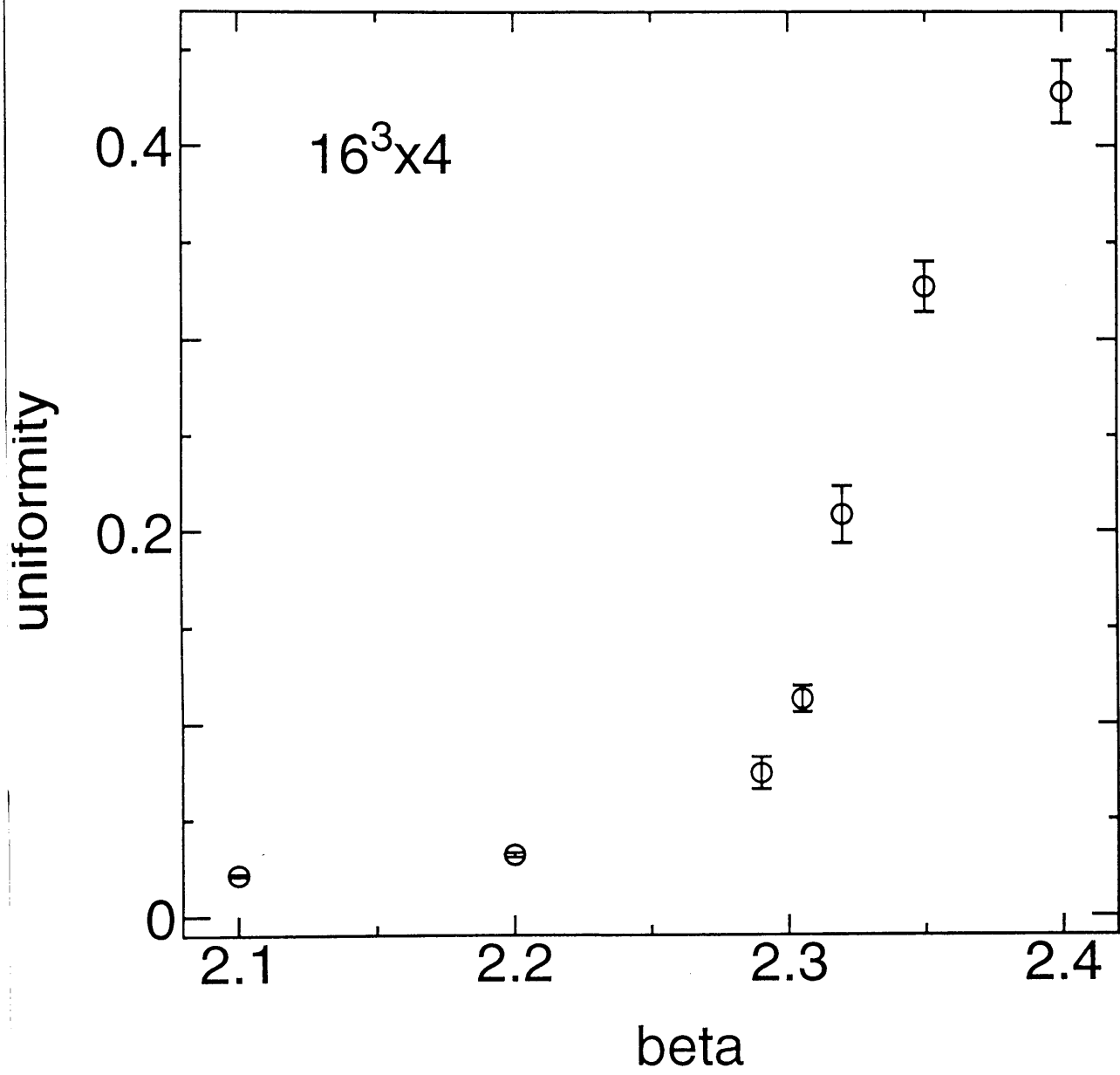


Fig.20 $16^3 \times 4$ lattice で uniformity を測定したもの。30 個の配置数からの平均値である。

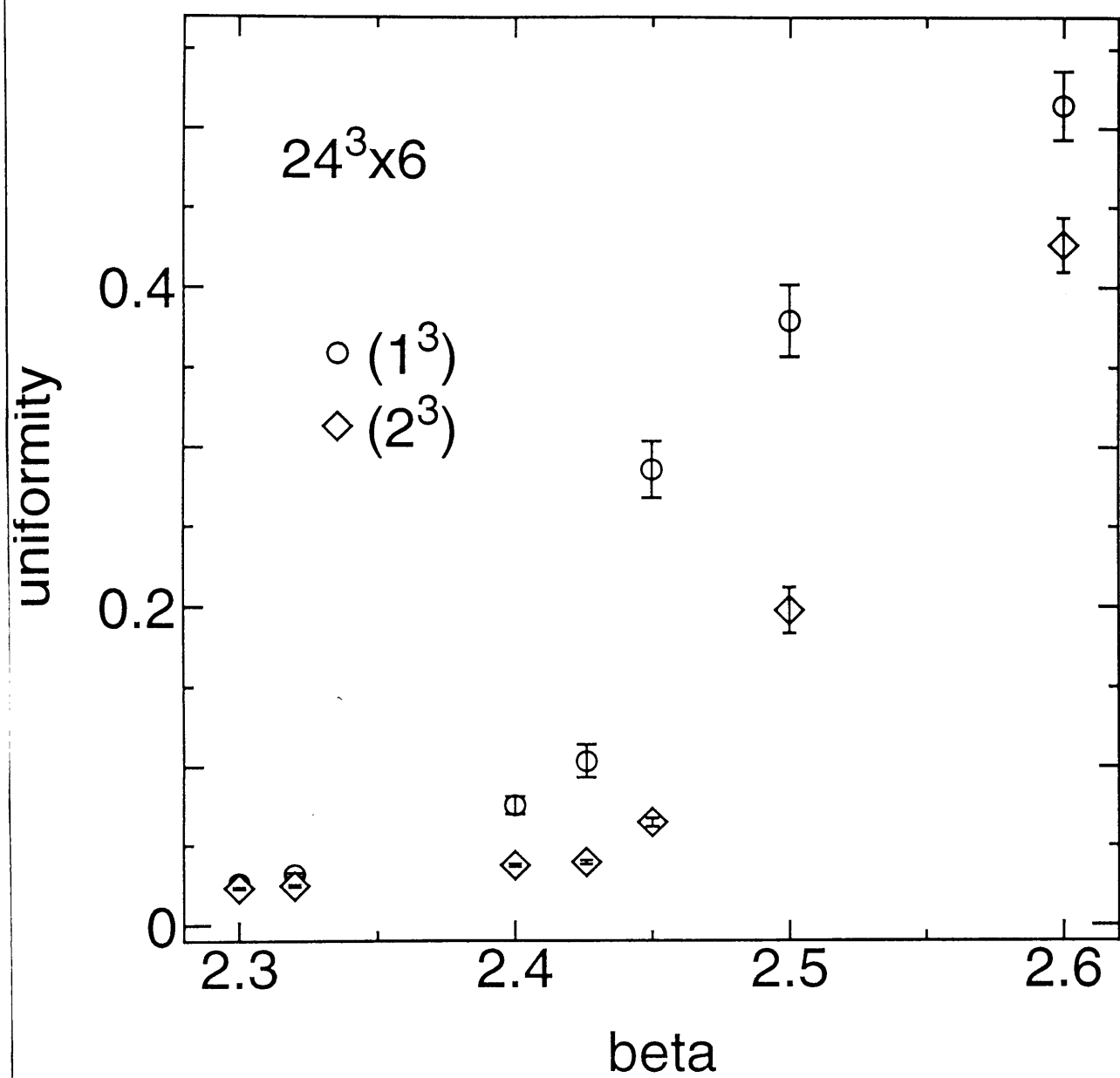


Fig.21 $24^3 \times 6$ lattice で uniformity を測定したもの。30 個の配置数からの平均値である。括弧内の数字は monopole の size を表す。

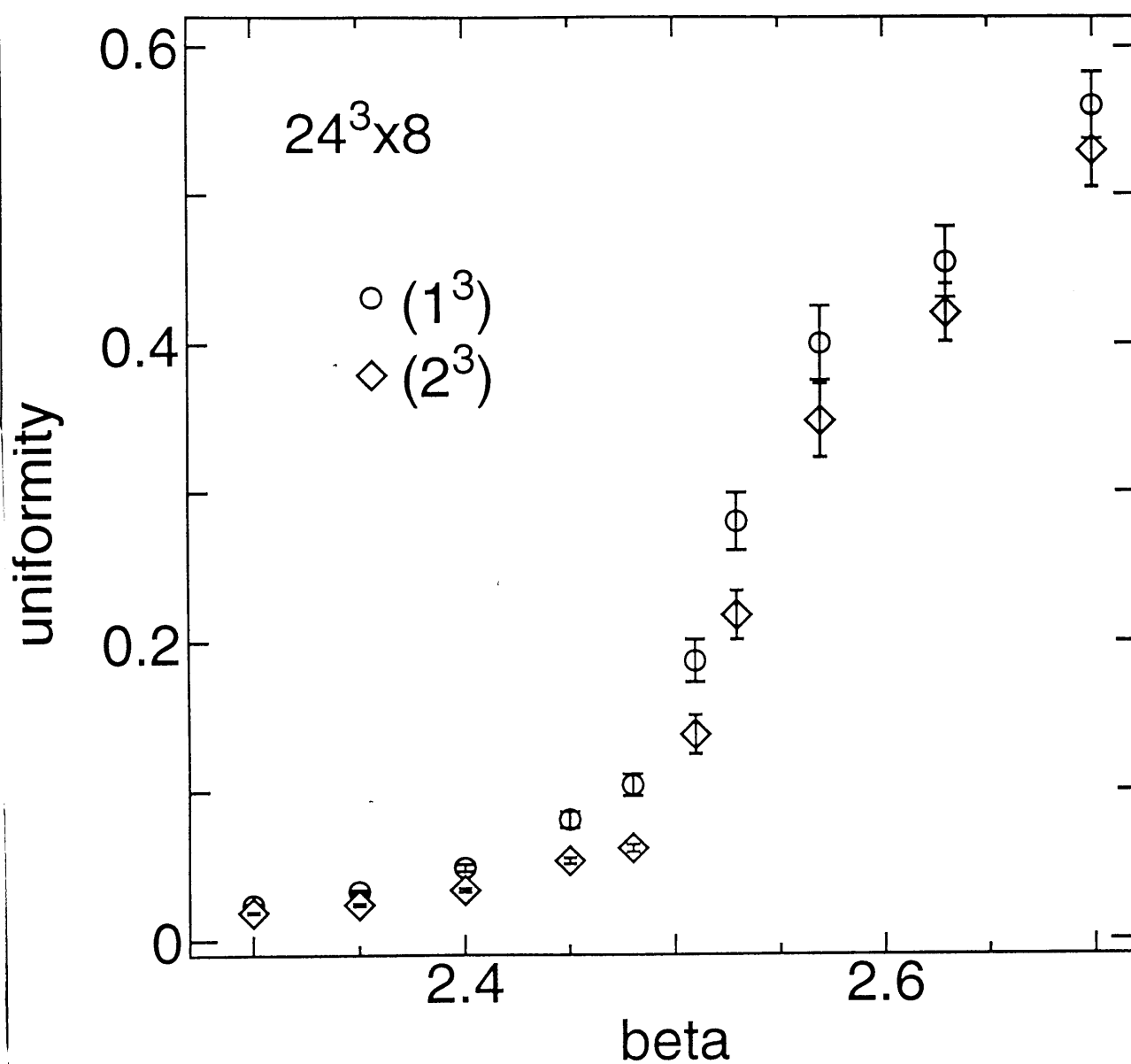


Fig.22 $24^3 \times 8$ lattice で uniformity を測定したもの。30 個の配置数からの平均値である。括弧内の数字は monopole の size を表す。

